САМ СЕБЕ РЕПЕТИТОР ®

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

+ ОТВЕТЫ НА ВСЕ ВОПРОСЫ ПАРАГРАФОВ

10 КЛАСС

К заданиям учебника
В. А. Касьянова

ФИЗИКА

С.Н. Борисов

ПОДРОБНЫЙ РАЗБОР ЗАДАНИЙ ИЗ УЧЕБНИКА ПО ФИЗИКЕ

10 класс

автор: В.А. Касьянов
(М.: Дрофа, 2003-2006)

+ ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ ПАРАГРАФОВ

Москва «ВАКО» 2006

УДК 373.167:1:53
ББК 22.3я.72
Б72

Борисов С.Н.

Б72 Физика 10 кл. Подробный разбор заданий из учебника В.А. Касьянова – М.: ВАКО, 2006. – 208 с. – (Сам себе репетитор).

ISBN 5-94665-335-0

Издание содержит ответы на все вопросы параграфов, а также подробный разбор абсолютно всех заданий из учебника по физике для 10 класса В.А. Касьянова (М.: Дрофа, 2003–2006).

Пособие подготовлено кандидатом физ.-мат. наук, практикующим педагогом и ориентировано на преподавателей физики, а также родителей для контроля за выполнением домашних заданий школьниками.

УДК 373.167:1:53
ББК22.3я.72

ISBN 5-94665-335-0

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

1 Физика в познании вещества, поля, пространства и времени

§1. Что изучает физика

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Физика как наука экспериментальная возникла из астрономии. Смена времен года, смена дня и ночи, движения небесных тел, солнечные и лунные затмения, повторяемость астрономических событий, и т.п. свидетельствовали об определенных закономерностях природных явлений. Астрономы фиксировали и классифицировали данные своих наблюдений и проводили измерения, что позволило ученым получить данные для количественного анализа и объяснения многих законов природы.
2. Предметом изучения физики являются основные закономерности природных явлений.
3. Итальянский ученый Галилей первым поставил физические эксперименты и предложил теоретическое обоснование движения тел.

§2. Органы чувств как источник информации об окружающем мире

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Органы чувств человека формировались в процессе эволюции, чтобы обеспечить ему необходимый уровень адаптации к окружающему миру.
2. Органы чувств человека имеют довольно узкий диапазон, ограничивая человека в получении достаточно полной информации об окружающем мире. Именно поэтому для открытия многих явлений ученым приходилось пользоваться приборами, позволяющими расширить этот диапазон.
3. Органы осязания не позволяют человеку отличать друг от друга достаточно мелкие шероховатости предметов и различать слабые раз-

дражители. Диапазон воспринимаемой температуры также невелик. Вкусовые рецепторы, а также органы обоняния, реагируют лишь на определенные вещества и соединения в узком диапазоне их концентрации.

Слуховые органы человека воспринимают сигналы только в диапазоне от 16 Гц до 20 кГц.

4. Видимый свет ограничен чрезвычайно узким диапазоном длин волн от $3{,}8 \cdot 10^{-7}$ м до $7{,}8 \cdot 10^{-7}$ м.
5. Дополнительную информацию об окружающем мире человек может получить с помощью специальных приборов, способных значительно увеличить диапазон восприятия органов чувств.

§3. Эксперимент. Закон. Теория

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Физический закон – это описание соотношений в природе между явлениями, проявляющихся при определенных условиях в эксперименте.
2. Ценность фундаментальных законов заключается в том, что с их помощью можно описать не только изучаемое явление, но и ряд других явлений и экспериментов.
3. Физическая теория содержит постулаты, определения физических понятий, гипотезы и законы, объясняющие наблюдаемое явление.
4. Преемственность фундаментальной теории заключается в том, что более общая теория включает в себя частные теорию, уже известные законы и определяет границы ее применимости.
5. Поскольку любая теория является лишь некоторым приближением к реальности, ее результаты постоянно проверяются экспериментом, которым может теорию опровергнуть. Если же результат эксперимента не противоречит теории, то он ее подтверждает.

§4. Физические модели

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Границы применимости физической теории определяются пределами применимости используемой модели.
2. Физическая модель – это упрощенная версия физической системы (процесса), сохраняющая ее черты и включающая в себя все то главное, что необходимо учитывать в теории.

3. Примерами физической модели могут служить материальная точка, абсолютно твердое тело, математический маятник или идеальный газ.
4. Если результат эксперимента в пределах погрешности совпадает с предсказанием теории, то можно считать, что модель правильно описывает физическое явление.
5. Любая теория является описанием некоторой модели физической системы, приближенной к реальности, поскольку учесть все факторы, влияющие на систему, невозможно. В этом и заключается связь модели и теории.

§5. Симметрия и физические законы

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Инварианты – это постоянные, не изменяющиеся в результате тех или иных преобразований или с течением времени величины.
2. Примерами физических инвариантов могут служить время, масса, электрический заряд.
3. Непрерывной симметрией обладает вращающийся вокруг любого своего диаметра диск или шар.

   Дискретной симметрией обладает снежинка, любой правильный многоугольник, любое симметричное тело.
4. Система обладает симметрией, если в результате происходящих в ней преобразований некоторая характеристика системы остается постоянной (инвариантной).
5. Физическое пространство характеризуется тремя основными типами симметрии: однородность пространства (эквивалентность всех точек пространства), изотропность (эквивалентность всех направлений), однородность времени (эквивалентность всех моментов времени).

§6. Идея атомизма

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Гипотеза Демокрита состояла в том, что все вещества состоят из маленьких неделимых частиц – атомов.
2. В результате своих опытов Дальтон пришел к выводу, что каждому химическому элементу соответствует свой тип мельчайших

атомов, а все вещества состоят из химических соединений атомов, подтвердив, таким образом, гипотезу Демокрита.

3. В настоящее время в периодической таблице химических элементов Менделеева насчитывается более 110 элементов.
4. Планетарная модель атома напоминает Солнечную систему, благодаря чему и получила такое название. В ее центре располагается ядро, вокруг которого по орбитам вращаются электроны.
5. Элементарные частицы подразделяются на лептоны (легкие частицы), адроны (тяжелые частицы) и переносчиков взаимодействий между частицами.

§7. Фундаментальные взаимодействия

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Существует четыре вида фундаментальных взаимодействий: гравитационное, слабое, электромагнитное, сильное.
2. Гравитационное взаимодействие характерно для всех частиц; слабое взаимодействие – для всех, кроме фотона; электромагнитное взаимодействие характерно только для заряженных частиц, а сильное – только для адронов.
3. К короткодействующим относятся взаимодействия с малым радиусом действия. К ним относятся слабое (порядка 10^{-17} м) и сильное (порядка 10^{-15} м) взаимодействия.

   К дальнодействующим относятся взаимодействия с большим радиусом действия. К ним относятся гравитационное и электромагнитное (проявляется на любом расстоянии) взаимодействия.
4. Гравитационное взаимодействие определяет движение звезд, планет, галактик, а также наличие атмосферы.

   Слабое взаимодействие определяет реакции радиоактивного распада, термоядерного синтеза.

   Электромагнитное взаимодействие объединяет элементарные частицы в атомы, атомы и молекулы в различные вещества. Результатом электромагнитного взаимодействия являются силы трения, упругости, вязкости и многие другие.

   Сильное взаимодействие определяет связь нуклонов в ядре атома.
5. Теория «великого объединения» объединяет сильное, слабое и электромагнитное взаимодействия.

§8. Базовые физические величины в механике, их единицы

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Базовыми или основными называют такие величины, через которые с помощью определенных количественных отношений выражаются все остальные величины.
2. Длина характеризует протяженность или расстояние в пространстве. Эталоном метра является расстояние, которое проходит свет в вакууме за 1/299792458 с.

   Не любое расстояние можно измерить с помошью прикладывания линейки. Так, расстояние до звезд или Луны можно измерить методом триангуляции или локации. Для измерения очень маленьких расстояний используют микроскопы, а для еще меньших расстояний – ионные микроскопы.
3. Время – это мера скорости, с которой происходят какие-либо изменения, т. е. это мера скорости развития событий. Однако само понятие скорости вводится через время, поэтому такую формулировку нельзя считать определением.

   Эталоном секунды (единицы времени) является время 9192631770 периодов излучения изотопа атома цезия-133.

   Большие промежутки времени измеряют, сравнивая их с периодом полураспада некоторых радиоактивных изотопов.
4. Масса – это мера количества вещества, мера инертности, мера гравитационных свойств тела. Эталоном килограмма с 1884 г. является платиново-иридиевый цилиндр, хранящийся в Международной палате мер и весов близ Парижа.
5. | | | |
   |---|---|---|
   | Кратные: | 1 мега метр: | 1 Мм = 10^6 м; |
   | | 1 килограмм: | 1 кг = 10^3 г; |
   | Дольные: | 1 миллисекунда: | 1 мс = 10^{-3} с; |
   | | 1 нанометр: | 1 нм = 10^{-9} м. |

МЕХАНИКА

2 Кинематика материальной точки

§9. Траектория. Закон движения

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Механическое движение – это изменение положения тела относительно других тел в пространстве с течением времени.
2. Материальной точкой можно считать тело, обладающее некоторой массой, формой и размерами которого в данной задаче можно пренебречь.
3. Система отсчета – это совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат, и часов.
4. Корабли могут находиться в точке пересечения их траекторий в разные моменты времени, поэтому столкновения не произойдет. Но если они окажутся в этой точке в один и тот же момент времени, то столкновение возможно.
5. Закон движения тела определяет совокупность координат в указанный момент времени.

§10. Перемещение

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Вектор перемещения – это направленный отрезок, проведенный из начального положения материальной точки в ее конечное положение. Перемещением характеризуется изменение радиус-вектора точки.
2. Векторы перемещений складываются по правилу треугольника или параллелограмма.
3. Путь равен модулю перемещения при прямолинейном движении в одном направлении.
4. Нет, поскольку при криволинейном движении путь будет больше модуля перемещения.

5. Длина стрелки равна радиусу окружности, по которой движется ее конец. Поэтому длина окружности равна пути, пройденному концом стрелки: $l = 2\pi R = 62{,}8$ см. Так как стрелка, описав круг, вернулась в исходное положение, то перемещение равно нулю.

§11. Скорость

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Средняя скорость – скалярная величина, равная отношению пути к промежутку времени, затраченному на его прохождение.
2. Мгновенная скорость при прямолинейном движении определяется как предел средней скорости при $\Delta t \to 0$. Модуль мгновенной скорости численно равен расстоянию, которое может пройти тело за единицу времени, продолжая двигаться так же, как и в данный момент времени.
3. Мгновенная скорость может быть как больше, так и меньше средней скорости.
4. Вектор мгновенной скорости $\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ направлен по касательной к траектории в данной точке.
5. Относительная скорость – это скорость первого тела в системе отсчета, связанной со вторым телом.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
v_1, v_2	Обозначим АВ через l, тогда $v_{ср} = \frac{2l}{t_1 + t_2}$.
Доказать, что $v_{ср} \le \frac{v_1 + v_2}{2}$	$t_1 = \frac{l}{v_1}$, $t_2 = \frac{l}{v_2}$, откуда $v_{ср} = \frac{2l}{\frac{l}{v_1} + \frac{l}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$.
	Теперь сравним $v_{ср}$ и $\frac{v_1+v_2}{2}$: $\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} - \frac{v_1+v_2}{2} =$
	$= \frac{4v_1v_2 - (v_1+v_2)^2}{2(v_1+v_2)} = \frac{4v_1v_2 - (v_1^2 + 2v_1v_2 + v_2^2)}{2(v_1+v_2)} = \frac{-(v_1-v_2)^2}{2(v_1+v_2)}$.

Полученная разность всегда будет меньше или равна нулю, значит, $v_{ср} \le \frac{v_1 + v_2}{2}$. Что и требовалось доказать.

2.

Дано:
$v_1 = 110$ м/с
$v_2 = 800$ м/с

$v_{ср} - ?$

Решение:
Обозначим весь путь самолета через l. Тогда первую треть пути он пролетел за время t_1, а оставшийся путь – за время t_2.

$$v_{ср} = \frac{l}{t_1 + t_2}, \text{ где } t_1 = \frac{\frac{l}{3}}{v_1}, \text{ а } t_2 = \frac{\frac{2l}{3}}{v_2},$$

откуда средняя скорость полета самолета:

$$v_{ср} = \frac{l}{\frac{\frac{l}{3}}{v_1} + \frac{\frac{2l}{3}}{v_2}} = \frac{v_1 v_2}{\frac{v_2}{3} + \frac{2v_1}{3}} = 880 \text{ м/с}.$$

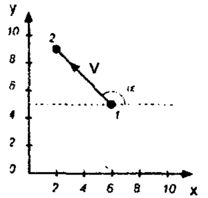
Ответ: $v_{ср} = 880$ м/с.

3.

Дано:
$x_1 = 6 \cdot 10^{-2}$ м
$x_2 = 2 \cdot 10^{-2}$ м
$y_1 = 5 \cdot 10^{-2}$ м
$y_2 = 9 \cdot 10^{-2}$ м
$t = 2$ с

$\alpha - ?$
$v - ?$

Решение:
Тангенс угла, образованный между вектором скорости и положительным направлением оси OX, $\text{tg}\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -1$, откуда $\alpha = 135°$. Скорость найдем по формуле $v = \frac{S}{t}$.



Так как $S = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$,

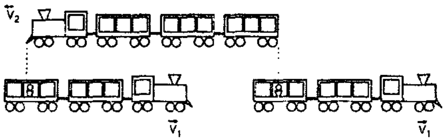
то, $v = \frac{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}{t} = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \approx 2{,}8 \cdot 10^{-2}$ м/с.

Ответ: $\alpha = \text{arctg}\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 135°$; $v \approx 2{,}8 \cdot 10^{-2}$ м/с.

4.

Дано:	Решение:
$t_1 = 3$ сут.	Пусть v – собственная скорость теплохода, а $v_п$ – скорость плота по течению реки.
$t_2 = 5$ сут.	Учитывая, что собственная скорость постоянна, запишем уравнения: $v + v_п = \frac{l}{t_1}$, $v - v_п = \frac{l}{t_2}$,
$t_3 - ?$	откуда $2v_п = \frac{l}{t_1} - \frac{l}{t_2} = l \cdot \frac{t_2 - t_1}{t_2 t_1}$. Искомое время $t_3 = \frac{l}{v_п} = \frac{2l}{l} \cdot \frac{t_2 t_1}{t_2 - t_1} = \frac{2t_2 t_1}{t_2 - t_1} = 15$ сут.
	Ответ: $t_3 = 15$ сут.

5.

Дано:	Решение:
$v_1 = 60$ км/ч	
$t = 4$ с	В системе отсчета, связанной с первым поездом, скорость второго поезда равна $v_2' = v_1 + v_2$. В течение времени t второй поезд проходит расстояние l, значит, $l = v_2' t = (v_1 + v_2) \cdot t$, откуда скорость второго поезда $v_2 = \frac{l}{t} - v_1 = 120$ км/ч.
$l = 200$ м	Ответ: $v_2 = 120$ км/ч.
$v_2 - ?$	

§12. Равномерное прямолинейное движение

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Равномерное прямолинейное движение - это движение, при котором тело перемещается с постоянной по модулю и направлению скоростью.
2. Поскольку скорость при равномерном прямолинейном движении

постоянна и по модулю, и по направлению, значит, и предел отношения $\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = const$.

3. При равномерном прямолинейном движении скорость $\vec{v} = const$, следовательно, $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = const$, а значит, и расстояние, равное произведению скорости на промежуток времени, так же постоянная величина.

4. Перемещение тела численно равно площади под графиком $v(t)$.

5. Тангенс угла наклона графика численно равен скорости тела.

ЗАДАЧИ

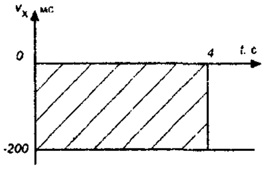
1.

Дано:
$v = 200$ м/с
$t = 4$ с

$\Delta x - ?$

Решение:

Закон равномерного прямолинейного движения имеет вид: $x = x_0 + v_x t$.



Так как тело движется противоположно оси X, то $v_x = -200$ м/с.

Пусть начальная координата тела равна нулю, т.е. $x_0 = 0$. Тогда $x = -200t$. График этой зависимости имеет вид прямой линии, идущей из начала координат. Перемещение тела равно $\Delta x = x - x_0 = -200 \cdot 4 - 0 = -800$ м, а пройденный телом путь $l = |\Delta x| = 800$ м.

Ответ: $\Delta x = -800$ м.

2.

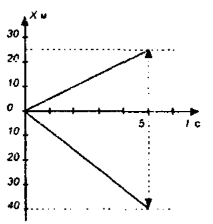
Дано:
$v_{x_1} = 5$ м/с
$v_{x_2} = -8$ м/с
$t = 5$ с

$l, x(t) - ?$

Решение:

Начальные координаты бегунов $x_{01} = x_{02} = 0$. Тогда закон движения бегунов будет иметь вид: $x_1 = x_{01} + v_{x_1} t = 5t$ и

$x_2 = x_{02} + v_{x_2} t = -8t$.



Расстояние между бегунами равно модулю разности координат в соответствующий момент времени: $l = |x_2 - x_1| = |-40 - 25| = 65$ м.

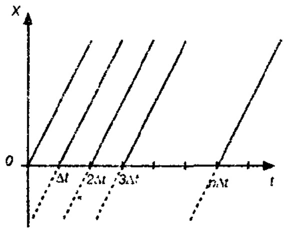
Ответ: $l = 65$ м.

3.

Дано:
v, Δt

$x(t) - ?$

Решение:
Будем считать, что все поезда движутся из начала отсчета в положительном направлении оси X. Тогда
$x_{01} = x_{02} = ... = x_{0n} = 0$ и
$v_{x_1} = v_{x_2} = ... = v_{x_n} = v$.



Закон движения поездов имеет вид
$x = x_0 + v_x(t - t_0)$, где t_0 – начальный момент времени, соответствующий началу движения.
Пусть для первого поезда $t_{01} = 0$ (по условию задачи), тогда $x_1 = v(t - 0) = vt$. Для второго поезда $t_{02} = \Delta t$, тогда $x_2 = v(t - \Delta t)$. Для третьего поезда $x_3 = v(t - 2\Delta t)$. Для n-го поезда
$x_n = v(t - (n - 1)\Delta t)$.

4.

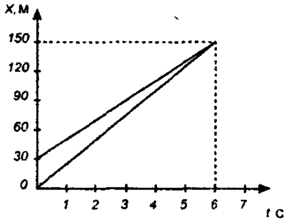
Дано:
$v_1 = 25$ м/с
$v_2 = 20$ м/с
$l = 30$ м

$t - ?$

Решение:
Законы движения для автомобиля и автобуса:
$x_1 = x_{01} + v_{x_1}t = v_1 t$ и $x_2 = x_{02} + v_{x_2}t = l + v_2 t$. Подставив числовые данные, получим, $x_1 = 25t$ и
$x_2 = 30 + 20t$.

В момент встречи координаты автомобиля и автобуса будут равны: $x_1 = x_2$. Тогда $25t_В = 30 + 20t_В$, где $t_В$ – время встречи. Решая это уравнение, получим $t_В = 6$ с. Координаты автомобиля и автобуса в момент встречи равны $x_1 = 25t_В = 150$ м и $x_2 = 30 + 20t_В = 150$ м.

Из графиков наглядно видно, что автомобиль проедет до встречи расстояние 150 м, а автобус 120 м.



Ответ: $t_В = 6$ с;

$S_1 = 150$ м; $S_2 = 150$ м.

5.

Дано:

$v_1 = 40$ м/с

$v_2 = 20$ м/с

$l = 1800$ м

$t_В, x_В - ?$

Решение:

Закон движения катеров:

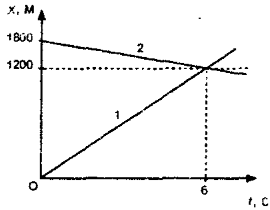
$x_1 = x_{01} + v_{x_1}t = 0 + v_1 t = v_1 t = 40t$ и

$x_2 = x_{02} + v_{x_2}t = l - v_2 t = 1800 - 20t$.

Аналогично предыдущей задаче, в момент встречи катеров (из условия равенства их координат $x_1 = x_2$)

$v_1 t_В = l - v_2 t_В$, значит, $t_В = \dfrac{l}{v_1 + v_2} = \dfrac{1800}{40+20} = 30$ с. Координата встречи равна $x_В = v_1 t_В = 40 \cdot 30 = 1200$ м.

Изобразим графики зависимостей координаты x для каждого катера от времени:



Ответ: $t_В = 30$ с; $x_В = 1200$ м.

§13. Ускорение

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Мгновенное ускорение – это векторная физическая величина, равная пределу отношения изменения скорости тела к проме-

жутку времени, в течение которого это изменение произошло, при стремлении этого промежутка к нулю.

2. Тангенциальным (касательным) ускорением называется ускорение, направленное по касательной к траектории.

   Нормальным (центростремительным) ускорением называется ускорение, направленное перпендикулярно траектории.
3. Нормальное ускорение равно нулю, поскольку вектор скорости не меняет своего направления.
4. Поскольку при прямолинейном ускоренном движении конечная скорость тела больше начальной, вектор изменения скорости, а значит, и ускорение направлено в сторону движения тела.
5. Поскольку при прямолинейном замедленном движении конечная скорость тела меньше начальной, вектор скорости и вектор ускорения направлены противоположно друг другу.

§14. Прямолинейное движение с постоянным ускорением

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Равноускоренное прямолинейное движение – это движение с постоянным по модулю ускорением, при котором векторы скорости и ускорения параллельны (сонаправлены).

   Равнозамедленное прямолинейное движение – это движение с постоянным по модулю ускорением, при котором векторы скорости и ускорения направлены противоположно.

   Равнопеременное прямолинейное движение – это движение с постоянным по модулю ускорением, при котором взаимная ориентация векторов скорости и ускорения может меняться.
2. Равноускоренное прямолинейное движение отличается от равнозамедленного направлением вектора ускорения по отношению к вектору скорости.
3. Ускорение лайнеров в обоих случаях направлено на восток.
4. Перемещение тела при равноускоренном и равнозамедленном движении определяется как площадь под графиком зависимости скорости от времени.
5. Зависимость координаты от времени при равнопеременном прямолинейном движении определяется параболой.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$a = 5$ м/с^2
$v = 90$ км/ч = = 25 м/с

$t, \Delta x - ?$

Решение:
Скорость мотоциклиста меняется со временем по закону $v = v_0 + at$. В момент старта начальная скорость $v_0 = 0$, тогда $v = at$. Искомый промежуток времени $t = \frac{v}{a} = \frac{25}{5} = 5$ с.

Расстояние от места старта найдем, используя формулу $\Delta x = \frac{at^2}{2} = \frac{5 \cdot 5^2}{2} = 62,5$ м.

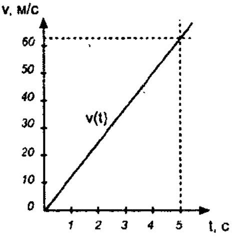
Ответ: $t = 5$ с; $\Delta x = 62,5$ м.

2.

Дано:
$a = 5$ м/с^2
$v = 90$ км/ч = = 25 м/с

$\Delta x - ?$

Решение:
Зависимость скорости мотоциклиста от времени имеет вид $v = at = 5t$.



Перемещение численно равно площади под графиком зависимости скорости движения от времени:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 25 = 62,5 \text{ м}.$$

При начальной координате мотоциклиста $x_0 = 0$, получим закон прямолинейного равноускоренного движения $x = \frac{at^2}{2} = 2,5t^2$.

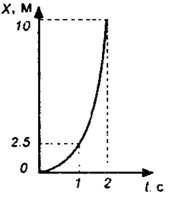


График этой квадратичной функции представляет собой параболу.

Ответ: $\Delta x = 62,5$ м.

3.

Дано:
$v_0 = 90$ км/ч $=$
$= 25$ м/с
$t = 4$ с

$a, l - ?$

Решение:
Скорость при прямолинейном равнозамедленном движении меняется по закону $v = v_0 - at$. Так как конечная скорость автомобиля равна нулю, то его ускорение $a = \frac{v_0}{t} = \frac{25}{4} = 6{,}25$ м/с^2. Ускорение направлено на юг.

Длина тормозного пути равна перемещению автомобиля $l = \Delta x = x - x_0 = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Подставив в это уравнение ускорение, получим:

$$l = v_0 t - \frac{v_0 t}{2} = \frac{v_0 t}{2} = \frac{25 \cdot 4}{2} = 50 \text{ м.}$$

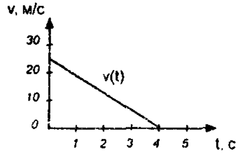
Ответ: $a = 6{,}25$ м/с^2; $l = 50$ м.

4.

Дано:
v, t

$l - ?$

Решение:
Для построения графика зависимости скорости автомобиля от времени используем соотношение $v = 25 - 6{,}25t$.



Тормозной путь численно равен площади под графиком зависимости скорости от времени:

$$l = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 25 = 50 \text{ м.}$$

Зависимость координаты от времени при равнозамедленном прямолинейном движении имеет вид:

$$x = 25t - \frac{6{,}25t^2}{2}.$$

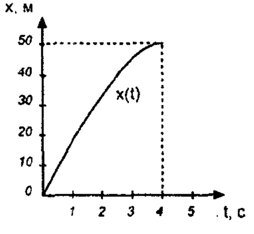


График квадратичной функции представляет собой параболу ветвями вниз.

Ответ: $l = 50$ м.

5.

Дано:	Решение:
a, v_0	Для решения задачи воспользуемся соотношением $v = v_0 - at$. По условию задачи тело уменьшает свою скорость вдвое, т. е. $v = \frac{v_0}{2}$. Тогда искомое время $t = \frac{v_0}{2a}$. Путь равен перемещению при прямолинейном равнозамедленном движении: $l = \Delta x = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Подставив время t, получим:
$t, l - ?$	$$l = v_0 \cdot \frac{v_0}{2a} - \frac{a\left(\frac{v_0}{2a}\right)^2}{2} = \frac{v_0^2}{2a} - \frac{v_0^2}{8a} = \frac{3v_0^2}{8a}.$$ Ответ: $t = \frac{v_0}{2a}$; $l = \frac{3v_0^2}{8a}$.

§15. Свободное падение тел

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Скорости падения в верхней части и в нижней части струи не равны между собой, поэтому у поверхности Земли струя разделяется на капли.
2. Если пренебречь сопротивлением воздуха, то падение тела на Землю можно считать равноускоренным.
3. Скатывая шар по наклонной плоскости, Галилей заметил, что расстояние, пройденное шаром, при любом угле наклона плоскости пропорционально квадрату времени движения.

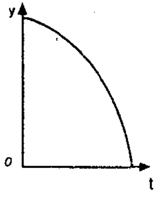
   Идеи Галилея были подтверждены Робертом Бойлем, который наблюдал синхронное падение различных тел в сосуде, из которого был откачан воздух.
4. На тела, падающие в воздухе, действует сила сопротивления воздуха, а на тела, падающие в вакууме – нет.

5. При открытии парашюта резко возрастает сила сопротивления воздуха, которая уравновешивается силой тяжести только при достаточно малой скорости.

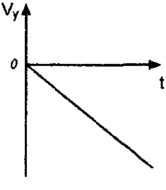
§16. Графики зависимости пути, перемещения, скорости и ускорения от времени при равнопеременном движении

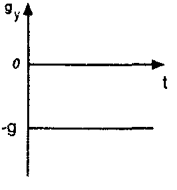
ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Закон свободного падения тела, падающего без начальной скорости, выглядит так: $y = H - \frac{gt^2}{2}$. График закона движения тела:

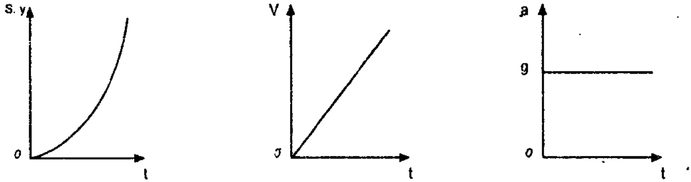


2. Графики проекции зависимости скорости и ускорения свободного падения:





3. Корень квадратного уравнения (19) можно отбросить, так как он не имеет физического смысла.
4. Перемещение может как убывать, так и возрастать, а путь – это всегда не убывающая величина. Если убывающую часть графика зависимости перемещения от времени отразить сверху вниз, мы получим график пути от времени.
5. Графики зависимости пути, проекции перемещения, скорости и ускорения тела от времени:



ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$v_0 = 0$
$\Delta t = 1$ с
$\tau = 3$ с

l – ?

Решение:
Закон движения тела при свободном падении без начальной скорости имеет вид $y = \frac{gt^2}{2}$.
Пройденный за четвертую секунду путь равен разности координат тела в моменты времени $t_2 = 4$ с и $t_1 = 3$ с, т. е.

$$l = y(t_2) - y(t_1) = \frac{g \cdot 4^2}{2} - \frac{g \cdot 3^2}{2} = \frac{g \cdot 7}{2} = \frac{9{,}8 \cdot 7}{2} = 34{,}3 \text{ м}.$$

Ответ: $l = 34{,}3$ м.

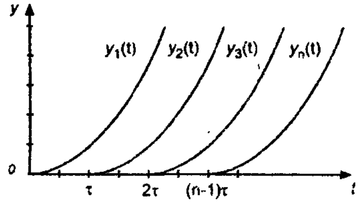
2.

Дано:
τ

y_1, y_2, y_n – ?

Решение:
$y = \frac{g(t - t_0)^2}{2}$, где t_0 – начальный момент времени, соответствующий началу движения тела.
Для первого тела $t_{01} = 0$, тогда закон движения тела будет иметь вид $y_1 = \frac{gt^2}{2}$. Для второго тела $t_{02} = \tau$, тогда $y_2 = \frac{g(t - \tau)^2}{2}$. Для третьего тела $t_{03} = 2\tau$, тогда $y_3 = \frac{g(t - 2\tau)^2}{2}$. В случае n-тела $t_{0n} = (n-1)\tau$, тогда $y_n = \frac{g(t - (n-1)\tau)^2}{2}$.

Соответствующие графики имеют вид парабол ветвями вверх.



3.

Дано:
$n = 7$
τ

$l - ?$

Решение:
В момент отрыва седьмой капли ее координата равна нулю.

Из предыдущей задачи $y_n = \frac{g(t-(n-1)\tau)^2}{2}$. При $n = 7$, получим $y_7 = \frac{g(t-(7-1)\tau)^2}{2} = 0$, откуда $t = 6\tau$. Это время, в течение которого двигалась первая капля до момента отрыва седьмой капли. Тогда координаты третьей и второй капель в этот момент времени будут, соответственно, равны:

$$y_3 = \frac{g(t-2\tau)^2}{2} = \frac{g(6\tau-2\tau)^2}{2} = 8g\tau^2 \text{ и}$$

$$y_2 = \frac{g(t-\tau)^2}{2} = \frac{g(6\tau-\tau)^2}{2} = \frac{25g\tau^2}{2}.$$

Разность координат будет равна расстоянию между каплями:

$$l = y_2 - y_3 = \frac{25g\tau^2}{2} - 8g\tau^2 = \frac{9g\tau^2}{2}.$$

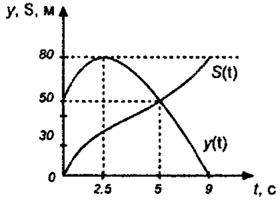
Ответ: $l = \frac{9g\tau^2}{2}$.

4.

Дано:	Решение:
H $v_0 = 0$ $\Delta t = 1$ с $l - ?$	Закон движения тела при свободном падении без начальной скорости имеет вид $y = \frac{gt^2}{2}$. Подставив $y = H$, найдем время падения с высоты H: $H = \frac{gt_п^{\ 2}}{2}$, откуда $t_п = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. За время $t_п - \Delta t$ тело пролетит расстояние $y_{t_п-1} = \frac{g(t_п - \Delta t)^2}{2} = \frac{g\left(\sqrt{\frac{2H}{g}} - \Delta t\right)^2}{2}$. Искомый путь равен $l = H - y_{t_п-1} = H - \frac{g\left(\sqrt{\frac{2H}{g}} - \Delta t\right)^2}{2}$. Ответ: $l = H - \frac{g\left(\sqrt{\frac{2H}{g}} - \Delta t\right)^2}{2}$.

5. Из рис. 51а учебника видно, что максимальная высота подъема мяча равна $y_{max} = 30$ м. Используя соотношение для максимальной высоты подъема тела, брошенного вверх с начальной скоростью v_0, $y_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$. Отсюда $v_0 = \sqrt{2gy_{max}} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 30} \approx 24{,}2$ м/с.

Графики зависимостей перемещения и пути от времени для тела, брошенного вертикально вверх, представлены на рисунке.



§17. Баллистическое движение

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Для описания баллистического движения используют модель, рассматривая тело как материальную точку, движущуюся с постоянным ускорением свободного падения.
2. Такое движение тела связано с направлением ускорения $\vec{g}$, которое направлено вертикально вниз.
3. $x_{max} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha$, при угле $\alpha = 45°$, $\sin 90° = 1$.
4. Из-за силы сопротивления воздуха уменьшаются максимальная высота подъема и максимальная дальность полета снарядов и пуль.
5. Определим угол: $\frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$; $\frac{v_0^2 2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$;

   $4\cos\alpha = \sin\alpha$, значит, $\mathrm{tg}\alpha = 4$, откуда угол равен $\alpha \approx 76°$.

ЗАДАЧИ

1.

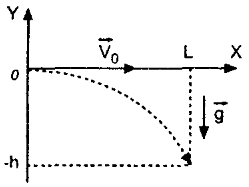
Дано:
$v_0 = 5$ м/с
$h = 19{,}6$ м

$t_п, l$ – ?

Решение:

Закон движения монеты по осям X и Y выглядит так $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$,

$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$.



Выберем систему координат так, как показано на рисунке. Тогда $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $v_{0x} = v_0$, $v_{0y} = 0$, $a_x = 0$, $a_y = -g$.

Уравнения движения $x = v_0 t$; $y = -\frac{gt^2}{2}$. Поскольку каждому моменту времени соответствует вполне конкретная точка на траектории, то в моменты падения монеты на Землю ($t = t_п$) ее координаты $x = l$; $y = -h$.

Из уравнений движения получим систему уравнений: $\begin{cases} l = v_0 t_п \\ -h = -\dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$.

Из второго уравнения определим время полета монеты $t_п = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 19,6}{9,8}} = 2$ с.

Подставив время $t_п$ в первое уравнение, найдем горизонтальную координату в момент падения:

$l = v_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 5 \cdot 2 = 10$ м.

<u>Ответ</u>: $t_п = 2$ с; $l = 10$ м.

2.

<u>Дано</u>:

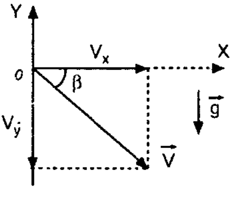
$h = 19,6$ м

$v_0 = 5$ м/с

$v, \alpha - ?$

<u>Решение</u>:

Уравнения для проекций скорости по координатным осям X и Y в общем виде $v_x = v_{0x} + a_x t$ и $v_y = v_{0y} + a_y t$.



В выбранной системе координат (аналогично предыдущей задаче): $v_{0x} = v_0$, $v_{0y} = 0$, $a_x = 0$, $a_y = -g$. Тогда $v_x = v_0$ – движение в горизонтальном направлении равномерное, а $v_y = -gt$ – движение в вертикальном направлении равнопеременное. Вертикальная проекция скорости в момент падения монеты на Землю

$$v_y = -gt_п = -g\sqrt{\frac{2h}{g}} = -\sqrt{2gh}.$$

Модуль скорости в точке падения

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (-\sqrt{2gh})^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh} =$$

$$= \sqrt{5^2 + 2 \cdot 9,8 \cdot 19,8} \approx 20,3 \text{ м/с}.$$

Угол, который образует вектор скорости с горизонтом, найдем, воспользовавшись рисунком к задаче: $\cos\alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} = \frac{5}{20,3} \approx 0,25$.

Ответ: $v \approx 20,3$ м/с; $\alpha \approx 76°$.

3.

Дано:
$\alpha = 45°$
$x_{max} = 20$ см
$d = 0,4$ мм

$\frac{y_{max}}{d}$ – ?

Решение:
Воспользуемся соотношением для максимальной высоты подъема y_{max} и дальности полета:

$$y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \text{ и } x_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Траектория движения показана на рис. 53 учебника. Из соотношения для x_{max}: $v_0^2 = \frac{gx_{max}}{\sin 2\alpha}$.

Подставим в соотношение для y_{max}:

$$y_{max} = \frac{gx_{max}\sin^2\alpha}{\sin 2\alpha 2g} = \frac{x_{max}\sin^2\alpha}{2\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{x_{max}\operatorname{tg}\alpha}{4}.$$

Теперь найдем отношение y_{max} к длине d:

$$n = \frac{y_{max}}{d} = \frac{x_{max}\operatorname{tg}\alpha}{4d} = \frac{20\cdot\operatorname{tg}45°}{4\cdot 0,04} = 125.$$

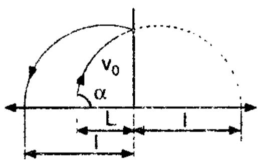
Ответ: $n = 125$.

4.

Дано:
$\alpha = 45°$
L, l

v_0 – ?

Решение:
При абсолютно упругом ударе мяча о стенку модуль его скорости не изменяется, а угол падения равен углу отражения.



Реальная траектория мяча является зеркальным отражением той траектории, по которой мяч летел бы в отсутствии стенки.

Тогда из рисунка видно, что дальность полета мяча

$x_{max} = L + l$. В то же время, дальность полета мяча, брошенного под углом горизонту в отсутствии стенки, равна $x_{max} = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. Получаем уравнение $L + l = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$, откуда начальная скорость мяча $v_0 = \sqrt{\dfrac{g(L+l)}{\sin 2\alpha}}$.

Так как $\sin 90° = 1$, то $v_0 = \sqrt{g(L+l)}$.

Ответ: $v_0 = \sqrt{g(L+l)}$.

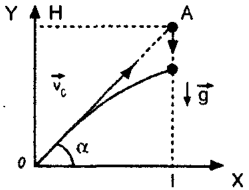
5.

Дано:
H, l

$\alpha - ?$

Решение:

Задача имеет два способа решения.



I способ.

Уравнения движения свободно падающей без начальной скорости птицы и выпущенной с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту пули:

для птицы: $\begin{cases} x_1 = l \\ y_1 = H - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$,

для пули: $\begin{cases} x_2 = v_0 \cos \alpha t \\ y_2 = v_0 \sin \alpha t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$.

В момент попадания пули в птицу их координаты равны: $x_1 = x_2$ и $y_1 = y_2$, тогда:

$$\begin{cases} l = v_0 \cos\alpha t \\ H - \dfrac{gt^2}{2} = v_0 \sin\alpha t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} l = v_0 \cos\alpha t \\ H = v_0 \sin\alpha t \end{cases}.$$

Разделив второе уравнение на первое, получим $\dfrac{H}{l} = \mathrm{tg}\alpha$, откуда искомый угол $\alpha = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{H}{l}\right)$.

II способ.

Зависимость вектора скорости от времени для птицы и пули: $\vec{v}_1 = \vec{v}_{01} + \vec{g}t = \vec{g}t$ и $\vec{v}_2 = \vec{v}_0 + \vec{g}t$.

Скорость птицы относительно пули определяется соотношением $\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{g}t - \vec{v}_0 - \vec{g}t = -\vec{v}_0$. Мы получили, что относительная скорость не зависит от времени, т. е. постоянна в любой момент времени. В частности, в начальный момент она направлена по линии, совпадающей с вектором $-\vec{v}_0$.

Тогда находим, что $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{H}{l}$.

Ответ: $\alpha = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{H}{l}\right)$.

§18. Кинематика периодического движения

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Периодическим называют движение, повторяющееся через равные промежутки времени. Период – это минимальный интервал времени, через который движение повторяется.
2. Положение точки на окружности характеризуют угол поворота радиуса-вектора или пройденный путь.
3. Модуль вектора скорости остается постоянным, но его направление все время изменяется. Вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$ при $\Delta t \to 0$ направлен к центру окружности. Следовательно, такое же направление имеет и ускорение. Модуль центростремительного ускорения $a_n = \dfrac{v^2}{r}$.

4. Кольца Сатурна неоднородны по своему составу и их части движутся относительно друг друга.
5. Гармоническими называют периодические колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем синусоидально.
   Зависимость координаты точки от времени: $x = r\cos\omega t$; зависимость проекции скорости от времени: $v_x = -\omega r\sin\omega t$; зависимость проекции ускорения от времени: $a_x = -\omega^2 r\cos\omega t$.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$r = 1{,}5\cdot10^8$ км
$T = 365$ дней
$v - ?$

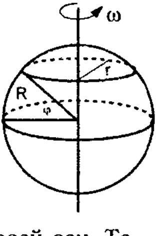
Решение:
$T = \dfrac{2\pi r}{v}$, откуда линейная скорость равна $v = \dfrac{2\pi r}{T}$. Период обращения Земли вокруг Солнца равен $T = 3{,}15\cdot10^7$ с. Тогда $v = \dfrac{2\cdot3{,}14\cdot1{,}5\cdot10^8}{3{,}15\cdot10^7} \approx 29{,}9$ км/с.

Ответ: $v \approx 29{,}9$ км/с.

2.

Дано:
$\varphi = 55°45'$
$R = 6400$ км
$v - ?$

Решение:
Линейная скорость точек Земли на ширине Москвы равна $v = \omega r$.



Из рисунка видно, что $r = R\cos\varphi$. Угловая скорость вращения Земли $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, где T – период обращения Земли вокруг своей оси. Тогда получаем $v = \dfrac{2\pi}{T}\cdot R\cdot\cos\varphi$.

Подставляя радиус Земли $R = 6{,}4\cdot10^6$ м и период обращения $T = 8{,}64 \cdot 10^4$ с, получим:

$v = 262$ м/с $= 943$ км/ч.

Ответ: $v = 262$ м/с $= 943$ км/ч.

3.

Дано:

$r_1 = 1{,}5$ см

$r_2 = 1$ см

$r_3 = 0{,}5$ см

$T_1 = 60$ с

$T_2 = 3600$ с

$T_3 = 8{,}64 \cdot 10^4$

$a_n, a_\tau - ?$

Решение:

При равномерном движении по окружности тангенциальное ускорение отсутствует, поэтому $a_{\tau 1} = a_{\tau 2} = a_{\tau 3} = 0$. Нормальное (центростремительное) ускорение: $a_n = \dfrac{4\pi^2 r}{T^2}$.

Подставляя периоды обращения стрелок, найдем: $a_{n1} = \dfrac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2}}{60^2} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ м/с^2. Аналогично: $a_{n2} \approx 3 \cdot 10^{-8}$ м/с^2; $a_{n3} \approx 1{,}1 \cdot 10^{-10}$ м/с^2.

Ответ: $a_{n1} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ м/с^2; $a_{n2} \approx 3 \cdot 10^{-8}$ м/с^2; $a_{n3} \approx 1{,}1 \cdot 10^{-10}$ м/с^2; $a_{\tau 1} = a_{\tau 2} = a_{\tau 3} = 0$.

4.

Дано:

$x = 24\cos\left(\dfrac{\pi}{12} t\right)$

$t = 4$ с

$x, v_x, a_x - ?$

Решение:

Координата частицы в момент времени $t = 4$ с равна $x = 24\cos\left(\dfrac{\pi}{12} \cdot 4\right) = 24\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 12$ см. Проекция скорости частицы равна $v_x = -\omega r \sin \omega t$. В нашем случае $\omega = \dfrac{\pi}{12}$ с$^{-1}$; $r = 24$ см.

Тогда $v_x = -\dfrac{\pi}{12} \cdot 24 \sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right) \approx -5{,}44$ см/с.

Проекция ускорения частицы по определению равна $a_x = -\omega^2 r \cos(\omega t)$. Тогда в нашем случае

$$a_x = -\left(\frac{\pi}{12}\right)^2 \cdot 24\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \approx -0{,}82 \text{ см/с}^2.$$

Ответ: $x = 12$ см; $v_x = -5{,}44$ см/с; $a_x = -0{,}82$ см/с^2.

5.

<u>Дано</u>:

$A_1 = A_2 =$

$= A = 18$ см

$T_1 = 3{,}6$ с

$T_2 = 1{,}8$ с

$t = 0{,}9$ с

$l, v_{21x} - ?$

<u>Решение</u>:

Зависимость координат частиц от времени имеет вид: $x_1 = A\cos(\omega_1 t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right)$ и

$$x_2 = A\cos(\omega_2 t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T_2}t\right).$$

Тогда расстояние между частицами равно:

$$l = |x_2 - x_1| = \left|A\cos\left(\frac{2\pi}{T_2}t\right) - A\cos\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right)\right| =$$

$$= A\left|\cos\left(\frac{2\pi}{T_2}t\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right)\right|.$$

Подставим числовые значения, получим:

$$l = 0{,}18 \cdot \left|\cos\left(\frac{2\pi}{1{,}8}\cdot 0{,}9\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{3{,}6}\cdot 0{,}9\right)\right| =$$

$$= 0{,}18 \cdot \left|\cos\pi - \cos\frac{\pi}{2}\right| = 0{,}18 \text{ м}.$$

Проекция скорости первой частицы равна $v_{x1} = -\omega_1 A\sin\omega_1 t = -\frac{2\pi}{T_1}A\sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right)$. Аналогично для второй частицы $v_{x2} = -\frac{2\pi}{T_2}A\sin\left(\frac{2\pi}{T_2}t\right)$.

Скорость частицы 2 относительно частицы 1 определим как $\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Переходя к проекциям, получим $v_{21x} = v_{2x} - v_{1x}$. В нашем случае

$$v_{21x} = -\frac{2\pi}{T_2}A\sin\left(\frac{2\pi}{T_2}t\right) - \left(-\frac{2\pi}{T_1}A\sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right)\right) =$$

$$= 2\pi A\left(\frac{\sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right)}{T_1} - \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{T_2}t\right)}{T_2}\right) =$$

$$= 2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}18\cdot\left(\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{3{,}6} - \frac{\sin\pi}{1{,}8}\right) = 0{,}314 \text{ м/с}.$$

Ответ: $l = 0{,}18$ м; $v_{21x} = 0{,}314$ м/с.

3 Динамика материальной точки

§19. Принцип относительности Галилея

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Динамика изучает влияние взаимодействий тел на их механическое движение.
2. Движение по инерции – это движение тела в отсутствие внешних воздействий.

   Принцип инерции Галилея состоит в том, что если на тело не действуют внешние силы, то оно сохраняет состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения.
3. Инерциальной называют систему, в которой выполняется принцип относительности Галилея. В инерциальной системе отсчета (ИСО) свободное от взаимодействий тело либо покоится, либо равномерно и прямолинейно движется, поэтому эти состояния тела взаимозаменяемы.
4. Рассмотрим равномерное прямолинейное движение вдоль оси OX платформы и машины на ней (рис. 73 учебника), Обозначим скорость платформы относительно Земли за v, а скорость машины относительно платформы за $v_{x'}$. Тогда за время t машина сместится от начального положения на платформе на расстояние $x' = v_{x'}t$, а от начального положения на земле на расстояние $x = x' + v_x t$. Отсюда получается, что $x' = x - v_x t$. Разделив это равенство на t, получим закон сложения скоростей: $v_x = v_{x'} + v$.
5. Во всех инерциальных системах отсчета законы классической динамики имею один и тот же вид. Это означает, что при переходе от одной ИСО к другой формулы, описывающие законы механики, не изменяются.

§20. Первый закон Ньютона

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Существуют такие системы отсчета, в которых тела движутся прямолинейно и равномерно, если на них не действуют никакие другие тела или сумма сил, приложенных к телу, равна нулю.
2. Скорость тела остается неизменной при условии, что равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равна нулю.
3. При резком выдергивании свекла не успевает приобрести скорость ботвы, поэтому остается в земле. При постепенном выдергивании, свекла успевает приобрести нужную скорость.
4. Если выдергивать лист резко, то стакан останется на столе, так как не успеет приобрести скорости листа бумаги. Если же лист двигать медленно, стакан приобретет его скорость и будет двигаться вместе с ним под действием силы трения.
5. Из первого закона Ньютона следует, что тело может двигаться как при наличии, так и в отсутствии внешнего воздействия.

§21. Второй закон Ньютона

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Характеристикой наличия или отсутствия внешнего воздействия является изменение скорости.

   Сила – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры. Сила измеряется в ньютонах.
2. Если поезд движется равноускоренно, то на тела, находящиеся в нем действует некоторая сила, которую можно обнаружить. Если же поезд движется равномерно, такой силы нет.
3. Инертность – это способность тела оказывать сопротивление изменению его скорости. Масса является мерой инертности тела.
4. Принцип суперпозиции (наложения) сил заключается в том, что действие нескольких сил можно заменить действием одной – равнодействующей. Равнодействующей называется единственная сила, результат действия которой эквивалентен одновременному действию всех сил, приложенных к этому телу.
5. В ИСО ускорение тела прямо пропорционально векторной сум-

ме всех действующих на тело сил и обратно пропорционально массе тела: $\vec{a} = \dfrac{\sum \vec{F}}{m}$.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$m = 2$ кг	По второму закону Ньютона, ускорение тела $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$.
$F = 10$ Н	Так как масса тела величина положительная, то вектор ускорения $\vec{a}$ будет сонаправлен с вектором силы $\vec{F}$. Поэтому если сила $\vec{F}$ направлена на запад, то и ускорение тела $\vec{a}$ также направлено на запад. Модуль ускорения $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{10}{2}$ Н/кг $= 5$ м/с^2.
$a - ?$	Ответ: на запад; $a = 5$ м/с^2.

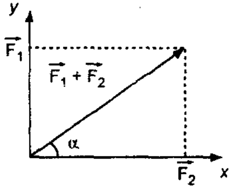
2.

Дано:	Решение:
$m = 10$ кг	Из второго закона Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.
$F_1 = 25$ Н	Запишем этот закон в проекциях на ось X: $ma = F_1 + F_{2x}$. Отсюда $F_{2x} = ma - F_1$. Подставив данные, получим $F_{2x} = 10 \cdot 0{,}5 - 25 = -20$ Н.
$a = 0{,}5$ м/с^2	Поскольку проекция силы на ось X, направленную на юг, получилось отрицательной, то эта сила направлена на север. Модуль искомой силы равен $F_2 = \lvert F_{2x} \rvert = 20$ Н.
$F_2 - ?$	Ответ: на север; $F_2 = 20$ Н.

3.

Дано:	Решение:
$m = 5$ кг	Из второго закона Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.
$F_1 = 9$ Н	Запишем это уравнение в проекциях на координатные оси X и Y: $a_x = \dfrac{F_{1x} + F_{2x}}{m}$ и $a_y = \dfrac{F_{1y} + F_{2y}}{m}$.
$F_2 = 12$ Н	
$a, \alpha - ?$	

Так как $F_{1x}=0$, $F_{2x}=F_2$, $F_{1y}=F_1$, $F_{2y}=0$, то получим $a_x=\frac{F_2}{m}$ и $a_y=\frac{F_1}{m}$.



По теореме Пифагора найдем модуль ускорения:

$$a=\sqrt{a_x^{\,2}+a_y^{\,2}}=\sqrt{\left(\frac{F_2}{m}\right)^2+\left(\frac{F_1}{m}\right)^2}=\frac{\sqrt{F_1^2+F_2^2}}{m}\approx 3\,\text{м/с}^2.$$

Направление вектора ускорения составляет угол α с осью X, который можно определить как

$$\text{tg}\alpha=\frac{a_x}{a_y}=\frac{F_1}{F_2}=\frac{9}{12}=0{,}75.$$

Тогда $\alpha=\text{arctg}0{,}75\approx 37°$.

Ответ: $a\approx 3$ м/с^2; под углом $\alpha\approx 37°$ к направлению на восток.

4.

Дано:
v_0, F_1, m
$F_2=3F_1$

$v=v(t)-?$

Решение:

В менее плотных слоях атмосферы ракета движется равномерно, поэтому модули силы тяжести и тормозной силы равны: $mg=F_1$. В более плотных слоях атмосферы на ракету действует тормозящая сила $3F_1$. Ускорение ракеты по второму закону Ньютона $a=\frac{3F_1-mg}{m}=\frac{2F_1}{m}$. Направление этого ускорения противоположно скорости ракеты. Следовательно, движение ракеты будет равнозамедленным.

Уравнение для скорости при таком движении: $v=v_0-at$. Подставляя ускорение, получим искомую зависимость $v=v_0-\frac{2F_1}{m}t$.

Ответ: $v=v_0-\frac{2F_1}{m}t$.

5.

Дано:

$a = 2$ м/с2

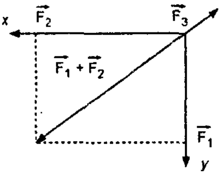
$F_1 = 1000$ Н

$F_2 = 1000$ Н

$F_3 = 414$ Н

$m, \alpha - ?$

Решение:



Из второго закона Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3}{m}.$$

Спроецируем это уравнение на координатные оси X и Y:

$$a_x = \frac{F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}}{m} \text{ и } a_y = \frac{F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}}{m}.$$

Поскольку $F_{1x} = 0$, $F_{2x} = F_2$, $F_{3x} = 0$, $F_{1y} = F_1$, $F_{2y} = 0$, $F_{3y} = -F_3$, то получим $a_x = \dfrac{F_2}{m}$ и $a_y = \dfrac{F_1 - F_3}{m}$, или $ma_x = F_2$ и $ma_y = F_1 - F_3$.

Возведем обе части последних двух равенств в квадрат и сложим левые и правые части полученных выражений: $m^2 a_x^2 + m^2 a_y^2 = F_2^2 + (F_1 - F_3)^2$.

Поскольку модуль ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$, то $m^2 a^2 = F_2^2 + (F_1 - F_3)^2$. Отсюда искомая масса лодки равна $m = \dfrac{\sqrt{F_2^2 + (F_1 - F_3)^2}}{a} = 500$ кг.

Ускорение лодки направлено на юго-запад под углом $\alpha = \mathrm{arctg}\dfrac{F_2}{F_1 - F_3} = \dfrac{1000}{1000 - 414} = 1{,}7$ к направлению на юг. Откуда $\alpha = \mathrm{arctg}\, 1{,}7 = 45°$.

Ответ: $m = 500$ кг; под углом $\alpha = 45°$ к направлению на юг.

§22. Третий закон Ньютона

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Поскольку объекты взаимодействия равноправны, то на первое

тело действует сила со стороны второго, а на второе действует сила со стороны первого.

2. Силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю, противоположны по направлению и действуют вдоль прямой, соединяющей эти тела.
3. Третий закон Ньютона применим для всех фундаментальных взаимодействий.
4. С той же силой, с какой и она притягивает меня: $F = mg$.
5. $\frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2}$.

§23. Гравитационная сила. Закон всемирного тяготения

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Сила гравитационного притяжения отлична от нуля, даже когда тела не соприкасаются и не деформированы.
2. Между любыми двумя материальными точками действуют силы взаимного притяжения, прямо пропорциональные произведению масс этих точек и обратно пропорциональные квадрату расстояния между ними.

   Гравитационная постоянная численно равна силе гравитационного притяжения между двумя телами массой по 1 кг, расположенными на расстоянии 1 м друг от друга.
3. Кавендиш измерял гравитационную постоянную с помощью крутильных весов (рис. 86 учебника) по углу закручивания нити.
4. Эти силы очень малы по сравнению с другими силами, действующими на эти предметы, например по сравнению с силами их притяжения к Земле.
5. Гравитационная сила притяжения уменьшается примерно в $\frac{1}{R^2}$ раз, где R – расстояние от Земли до Луны.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$m = 1$ кг
$r = 1$ м
$R = 6{,}4 \cdot 10^6$ кг
$M = 6 \cdot 10^{24}$ кг

$\frac{F_з}{F_g}$ – ?

Решение:
Согласно закону всемирного тяготения, две материальные точки притягиваются друг к другу с силой $F_g = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$. Так как шары одинаковы, то $F_g = G \cdot \frac{m^2}{r^2}$. Земля притягивает к себе тела с силой $F_з = mg$. Тогда искомое отношение:

$$\frac{F_з}{F_g} = \frac{mg}{G \cdot \frac{m^2}{r^2}} = \frac{gr^2}{Gm} = \frac{9{,}8 \cdot 1}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1} \approx 1{,}47 \cdot 10^{11}.$$

Ответ: $\frac{F_з}{F_g} \approx 1{,}47 \cdot 10^{11}$.

2.

Дано:
$M_з = 6 \cdot 10^{24}$ кг
$M_С = 2 \cdot 10^{30}$ кг
$r_з = 3{,}8 \cdot 10^8$ м
$r_С = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м

$\frac{F_з}{F_С}$ – ?

Решение:
Сила притяжения Луны к Земле по закону всемирного тяготения равна $F_з = G \cdot \frac{M_з M_С}{r_з^2}$. Сила притяжения Луны к Солнцу равна $F_С = G \cdot \frac{G M_С M_Л}{r_С^2}$.

Искомое отношение сил притяжения

$$\frac{F_з}{F_С} = \frac{M_з r_С^2}{M_С r_з^2} = \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^2}{2 \cdot 10^{30} \cdot (3{,}8 \cdot 10^8)^2} \approx 4{,}7 \cdot 10^{-1} \approx 0{,}47.$$

Ответ: $\frac{F_з}{F_С} \approx 0{,}47$.

3.

Дано:
$M_з = 6 \cdot 10^{24}$ кг
$r = 6950$ км

T – ?

Решение:
Согласно второму закону Ньютона, $F_g = ma_n$.

Сила гравитации $F_g = G \cdot \frac{M_з m}{r^2}$, а нормальное ускорение $a_n = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$. Тогда получим:

$G \cdot \frac{M_З m}{r^2} = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$. Отсюда период обращения

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_З}} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_З}}.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$T = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}95 \cdot 10^6 \sqrt{\frac{6{,}95 \cdot 10^6}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}} \approx 5{,}75 \cdot 10^3 \text{ с}.$$

Ответ: $T \approx 5{,}75 \cdot 10^3$ ч ≈ 1 ч 36 мин.

4.

Дано:
$M_З = 6 \cdot 10^{24}$ кг
$T = T_З$

$r - ?$

Решение:

Для геостационарного спутника период обращения равен периоду обращения Земли вокруг своей оси, т. е. $T = T_З$.

Используем уравнение, полученное в предыдущей задаче: $G \cdot \frac{M_З m}{r^2} = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$. Отсюда радиус орбиты равен $r = \sqrt[3]{\frac{GM_З T^2}{4\pi^2}}$.

При $T = 8{,}64 \cdot 10^4$ получим радиус орбиты:

$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (8{,}64 \cdot 10^4)^2}{4 \cdot 3{,}14^2}} \approx$$

$$\approx 42{,}3 \cdot 10^6 \text{ м} \approx 42{,}3 \cdot 10^3 \text{ км}.$$

Ответ: $r \approx 42{,}3 \cdot 10^3$ км.

5. Дело в том, что Солнце сообщает Луне и Земле примерно равные центростремительные ускорения. Приняв расстояния от Земли до Солнца и от Луны до Солнца примерно равными

$R_{\text{СЗ}} \approx R_{\text{СЛ}} = R$, найдем, что $M_{З}a_{З} \approx G \cdot \dfrac{M_{С}M_{З}}{R^2}$ и $M_{Л}a_{Л} \approx G \cdot \dfrac{M_{С}M_{Л}}{R^2}$.

Отсюда $\dfrac{a_{З}}{a_{Л}} \approx 1$.

§24. Сила тяжести

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. По определению в учебнике, сила тяжести – это гравитационная сила, действующая на тело. На самом деле из-за вращения Земли вокруг своей оси сила тяжести отличается от гравитационной силы.

2. $F_{g} = G \cdot \dfrac{mM_{g}}{(R_{З}+h)^2}$, где h – высота над поверхностью Земли.

3. На высоте $h \ll R$ над Землей силу тяжести тела можно считать постоянной.

4. Ускорение свободного падения (гравитационное ускорение) – ускорение, приобретаемое телом под действием гравитационной силы вблизи поверхности небесных тел (планет, звезд).

5. $a_{g} = G \cdot \dfrac{M}{R^2}$; $M = \rho \cdot \dfrac{4}{3}\pi R^3$, откуда $a_{g} = \dfrac{4}{3}\pi G\rho R$, т. е. гравитационное ускорение пропорционально плотности планеты.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$g_{З} = 9{,}8$ м/с^2 $g_{М} = 3{,}7$ м/с^2 $\dfrac{F_{gЗ}}{F_{gМ}}$ – ?	Сила тяжести космонавта на Земле равна $F_{gЗ} = mg_{З}$, а на Меркурии $F_{gМ} = mg_{М}$. Отношение сил тяжести равно отношению ускорений свободного падения на этих планетах: $\dfrac{F_{gЗ}}{F_{gМ}} = \dfrac{g_{З}}{g_{М}} = \dfrac{9{,}8}{3{,}7} \approx 2{,}65$ (см. табл. 8). Ответ: $\dfrac{F_{gЗ}}{F_{gМ}} \approx 2{,}65$.

2.

Дано:
$M = M_З$
$R = \frac{R_З}{2}$
$g_З = 9{,}8$

$g - ?$

Решение:
Ускорение свободного падения у поверхности планеты равно $g = G\cdot\frac{M}{R^2}$. На поверхности Земли оно равно $g_З = G\cdot\frac{M_З}{R_З^2}$. Составим соотношение:

$$\frac{g}{g_З} = \frac{G\cdot\frac{M}{R^2}}{G\cdot\frac{M_З}{R_З^2}} = \left(\frac{R_З}{R}\right)^2 = \left(\frac{R_З}{\frac{R_З}{2}}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot 6\cdot 10^{24}}{6\cdot 10^{24}}\right)^2 = 4\,.$$

Откуда $g = 4g_З = 39{,}2$ м/с^2.

Ответ: $g = 39{,}2$ м/с^2.

3.

Дано:
$D = 1{,}21\cdot 10^4$ км
$\rho = 5{,}2\cdot 10^3$ кг/м^3
$t = 1$ с

$l - ?$

Решение:
Из закона равноускоренного движения без начальной скорости определим расстояние, равное $l = \frac{at^2}{2}$.

В нашем случае гравитационное ускорение на поверхности Венеры равно $a = g = G\cdot\frac{M}{R^2}$.

При средней плотности Венеры $\rho = \frac{M}{V}$, и объеме Венеры $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ гравитационное ускорение равно $g = \frac{G\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} = \frac{4\pi G\rho R}{3}$. Тогда расстояние равно $l = \frac{2\pi G\rho R t^2}{3} = \frac{\pi D\rho G t^2}{3} =$

$$= \frac{3{,}14 \cdot 1{,}21 \cdot 10^7 \cdot 5{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1^2}{3} \approx 4{,}39 \text{ м.}$$

Ответ: $l \approx 4{,}39$ м.

4.

Дано:

$g_З = 9{,}8$ м/с^2

$g_Л = 1{,}6$ м/с^2

$R_З = 3{,}7 R_Л$

$\frac{M_З}{M_Л}$ – ?

Решение:

Гравитационное ускорение для Земли и для Луны равны $g_З = G \cdot \frac{M_З}{R_З^2}$ и $g_Л = G \cdot \frac{M_Л}{R_Л^2}$ соответственно. Разделив первое соотношение на второе, получим $\frac{g_З}{g_Л} = \frac{G \cdot \frac{M_З}{R_З^2}}{G \cdot \frac{M_Л}{R_Л^2}} = \frac{M_З R_Л^2}{M_Л R_З^2}$, откуда получим искомое отношение масс:

$$\frac{M_З}{M_Л} = \frac{g_З}{g_Л} \cdot \left(\frac{R_З}{R_Л}\right)^2 = \frac{9{,}8}{1{,}6} \cdot \left(\frac{3{,}7 R_Л}{R_Л}\right) \approx 83{,}9 .$$

Ответ: Таким образом, масса Луны меньше массы Земли приблизительно в 84 раза.

5.

Дано:

$g_М = 3{,}7$ м/с^2

$d = 6790$ км

$\rho_М$ – ?

Решение:

Гравитационное ускорение для Марса $g_М = G \cdot \frac{M_М}{R_М^2}$.

Масса Марса $M_М = \rho_М V_М$, а объем $V_М = \frac{4}{3}\pi R_М^3$.

Тогда $g_М = G \cdot \frac{\rho_М \frac{4}{3}\pi R_М^3}{R_М^2} = \frac{4G\rho_М \pi R_М}{3} = \frac{2G\rho_М \pi d}{3}$,

откуда средняя плотность Марса $\rho_М = \frac{3g_М}{2G\pi d} =$

$$= \frac{3 \cdot 3{,}7}{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}79 \cdot 10^6} \approx 3{,}9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho_М \approx 3{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

§25. Сила упругости. Вес тела

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Характер механических движений в макромире определяют силы гравитационного и электромагнитного взаимодействия.
   Силы упругости являются следствием электромагнитного взаимодействия между молекулами и атомами.
2. Силы, возникающие при деформации пружины, и силы, взаимодействия между атомами имеют одну природу. И проявляется как сила отталкивания или притяжения в зависимости от смещения атомов или звеньев пружины.
3. Сила реакции опоры – это сила упругости, действующая на тело со стороны опоры перпендикулярно ее поверхности.
   Сила натяжения – это сила упругости, действующая на тело со стороны нити или пружины.
4. Согласно закону Гука, модуль силы упругости, возникающей при деформации тела, пропорционален его удлинению. Этот закон справедлив лишь при малом удлинении, т. е. когда удлинение много меньше длины нерастянутой пружины.
   Жесткость зависит от упругих свойств материала и размеров пружины, поэтому, чем больше растянута или сжата пружина, тем больше сила упругости: $\vec{F}_{\text{упр}} = -k\Delta\vec{x}$.
5. Сила тяжести приложена к центру масс тела, а вес – к опоре или подвесу.

ЗАДАЧИ

1.

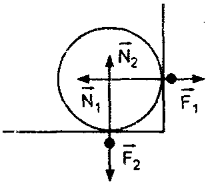
Дано:	Решение:
$l_0 = 70$ см $n = 0{,}1\%$	Если среднее расстояние между атомами увеличилось на $n = 0{,}1\%$, то и длина стержня также увеличилась на эту же величину. Новая длина стержня (после действия нагрузки) будет равна $l = l_0 + \frac{n}{100\%} \cdot l_0$. Тогда его удлинение будет равно $\Delta l = \frac{n}{100\%} \cdot l_0 = \frac{0{,}1\%}{100\%} \cdot 70 = 0{,}07\text{ см} = 0{,}7\text{ мм}$.
$\Delta l - ?$	Ответ: $\Delta l = 0{,}7$ мм.

2.

Дано:
F

$N, P - ?$

Решение:



$\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ силы давления мяча на пол и стенку, модули которых по условию задачи равны $F_1 = F_2 = F$.

Со стороны стены и пола на мяч, согласно третьему закону Ньютона, действуют противоположно направленные силы $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$, также равные по модулю: $N_1 = F_1 = F$ и $N_2 = F_2 = F$.

Суммарная реакция опоры (пол и стена) $\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2$.

По теореме Пифагора модуль реакции опоры $N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} = \sqrt{F^2 + F^2} = F\sqrt{2}$.

Вес мяча определяется силой, приложенной к горизонтальной опоре, т. е. $P = F_2 = F$.

Ответ: $N = F\sqrt{2}$; $P = F$.

3.

Дано:
$m = 70$ кг
$\Delta l = 2{,}5$ см

$k - ?$

Решение:

Суммарная сила, действующая на пружины автомобиля $F = 4mg$ (для 4-х человек). На каждую из пружин действует сила $\frac{F}{4} = mg$. Тогда из закона Гука $mg = k\Delta l$, откуда жесткость пружин: $k = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{70 \cdot 9{,}8}{2{,}5 \cdot 10^{-2}} \approx 2{,}7 \cdot 10^4$ Н/м.

Ответ: $k \approx 2{,}7 \cdot 10^4$ Н/м.

4.

Дано:
$l_0 = 20$ см
$F = 50$ Н
$k = 1000$ Н/м

$l - ?$

Решение:

По закону Гука $F_{упр} = k\Delta l$.

Так как сила упругости равна приложенной к пружине силе F, а удлинение пружины $\Delta l = l - l_0$, то получим $F_{упр} = k(l - l_0)$.

Тогда конечная длина растянутой пружины:

$$l = l_0 + \frac{F}{k} = 0,2 + \frac{50}{1000} = 0,25 \text{ м} = 25 \text{ см}.$$

Ответ: $l = 25$ см.

5.

Дано: $k, 3k$

$k_0 - ?$

Решение:

Заменим две пружины одной так, чтобы под действием одной и той же силы F суммарное растяжение двух пружин с коэффициентом k и $3k$ было равно удлинению одной пружины с коэффициентом жесткости k_0: $\Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta l_0$.

При последовательном соединении на каждую из пружин действует сила F (одна из пружин передает силовое воздействие к другой пружине). Тогда по закону Гука $k\Delta l_1 = F$ и $3k\Delta l_2 = F$.

Для пружины с жесткостью k_0 имеем $k_0\Delta l_0 = F$.

Выражая удлинение пружин из этих соотношений, получим $\frac{F}{k} + \frac{F}{3k} = \frac{F}{k_0}$, откуда $\frac{1}{k} + \frac{1}{3k} = \frac{1}{k_0}$

и $k_0 = \frac{3}{4}k = 0,75k$.

При последовательным соединением *n* пружин с коэффициентом жесткости $k_1, k_2, ..., k_n$, общий коэффициент жесткости определяется соотношением $\frac{1}{k_0} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + ... + \frac{1}{k_n}$. При параллельном соединении пружин коэффициенты жесткости складываются $k_0 = k_1 + k_2 + ... + k_n$.

Ответ: $k_0 = 0,75k$.

§26. Сила трения

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Силу трения определяет электромагнитное взаимодействие.

Сила трения – это сила, возникающая при соприкосновении поверхностей тел, препятствующая их относительному перемещению, направленная параллельно плоскости соприкосновения. Силы трения подразделяются на силу трения качения, скольжения, покоя.

2. Сила трения покоя равна по модулю той силе, которая пытается вывести данное тело их состояния покоя. Максимальная сила трения покоя равна примерно силе трения скольжения и прямо пропорциональна силе нормального давления.
3. На удерживание санок нужно приложить усилие меньшее или равное усилию, необходимому для их перемещения.
4. Сила трения скольжения всегда направлена в сторону, противоположную относительной скорости тела. Она равна $F_{тр} = \mu N$.
5. При качении без проскальзывания молекулярные связи разрываются легче, чем при скольжении. А при трении покоя молекулярные связи еще не рвутся. Отсюда и получается данное неравенство.

ЗАДАЧИ

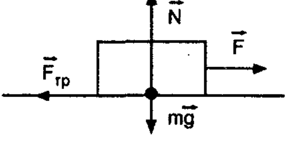
1. Сила трения скольжения не зависит от площади соприкосновения поверхностей. Поэтому сила трения будет одинаковой при движении коробка на любой из его граней.

2.

Дано:
$F = 20$ Н
$\mu = 0,4$

$m - ?$

Решение:
Так как брусок движется равномерно, то сила трения скольжения равна приложенной к бруску горизонтальной силе $F_{тр} = F$.



Сила трения скольжения $F_{тр} = \mu N$, где N – нормальная реакция опоры. В нашем случае $N = mg$, поэтому $F_{тр} = \mu mg$.

Отсюда искомая масса бруска:

$$m = \frac{F}{\mu g} = \frac{20}{0{,}4 \cdot 9{,}8} = 5{,}1 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 5{,}1$ кг.

3.

Дано:	Решение:
$m = 250$ кг $\mu = 0{,}1$	Из предыдущей задачи $F = \mu mg$. Подставим данные: $F = 0{,}1 \cdot 250 \cdot 9{,}8 = 245$ Н.
$F - ?$	Ответ: $F = 245$ Н.

4.

Дано:	Решение:
$m = 1600$ т $F = 157$ кН	Сила трения качения пропорциональна силе реакции опоры $F_{\text{тр.кач}} = \mu_{\text{кач}} N$, где $\mu_{\text{кач}}$ – коэффициент трения качения.
$\mu_{\text{кач}} - ?$	Так как глыбу перевозили равномерно, то сила трения качения равна приложенной к саням силе тяги: $F_{\text{тр.кач}} = F$. Тогда $F = \mu_{\text{кач}} N^{*}$. Реакция опоры равна силе тяжести: $N = mg$. Из уравнения $F = \mu_{\text{кач}} mg$ найдем коэффициент трения качения: $\mu_{\text{кач}} = \frac{F}{mg} = \frac{157 \cdot 10^3}{1{,}6 \cdot 10^6 \cdot 9{,}8} = 0{,}01$. Ответ: $\mu_{\text{кач}} = 0{,}01$.

5.

Дано:	Решение:
$m = 1$ кг $k = 100$ Н/м $\mu = 0{,}5$	Из задачи № 2 запишем, что $F = \mu mg$. В данном случае F – это сила упругости пружины. Используя закон Гука, получим: $F = F_{\text{упр}} = k\Delta l$.
$\Delta l - ?$	Тогда $k\Delta l = \mu mg$, откуда удлинение пружины равно $\Delta l = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0{,}5 \cdot 1 \cdot 9{,}8}{100} = 0{,}049 \text{ м} = 4{,}9 \text{ см}$. Ответ: $\Delta l = 4{,}9$ см.

§27. Применение законов Ньютона

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. При равномерном движении вес равен силе тяжести, при движении с ускорением, направленным вверх, вес больше силы тяжести, при ускорении, направленном вниз – меньше. Если же лифт свободно падает, то вес равен нулю.
2. Легче тянуть, чем толкать, так как коэффициент силы трения скольжения меньше коэффициента силы трения покоя.
3. Тело движется равномерно под действием силы трения скольжения: $F = \mu N$.
4. В невесомости следует использовать пружинные часы, так как маятниковые и песочные не будут работать при нулевом весе.
5. Если тангенс угла наклона равен μ, то тело будет равномерно скользить. При меньших углах тело будет покоиться.

ЗАДАЧИ

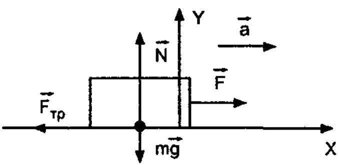
1.

Дано:
$m = 100$ кг
$F = 149$ Н
$\mu = 0{,}05$
$l = 200$ м

$t - ?$

Решение:

На тело действуют силы: $\vec{F}$ со стороны собачьей упряжки, $m\vec{g}$ – сила тяжести со стороны Земли, $\vec{N}$ – сила реакции опоры и сила трения скольжения $\vec{F}_{тр}$.



По второму закону Ньютона в векторной форме: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F} = m\vec{a}$. Выберем координатные оси и спроецируем векторные уравнения на них: $mg_x + N_x + F_{тр\,x} + F_x = ma_x$; $mg_y + N_y + F_{тр\,y} + F_y = ma_y$.

Находим проекции сил и ускорения: $mg_x = 0$,

$N_x = 0$, $F_{\text{тр}\,x} = -F_{\text{тр}}$, $a_x = 0$, $mg_y = -mg$, $N_y = N$, $F_{\text{тр}\,y} = 0$, $F_y = 0$, $a_y = 0$. Тогда получим систему уравнений $\begin{cases} -F_{\text{тр}} + F = ma \\ -mg + n = 0 \end{cases}$.

Воспользуемся соотношением для силы трения скольжения $F_{\text{тр}} = \mu N$. Тогда система примет вид $\begin{cases} F - F_{\text{тр}} = ma \\ N - mg = 0 \\ F_{\text{тр}} = \mu N \end{cases}$. Из второго уравнения системы выразим реакцию опоры: $N = mg$ и подставим в третье уравнение $F_{\text{тр}} = \mu mg$. Тогда из первого уравнения $F - \mu mg = ma$ найдем ускорение тела: $a = \dfrac{F - \mu mg}{m} = \dfrac{F}{m} - \mu g$.

По условию задачи начальная скорость саней равна нулю. Поэтому воспользуемся формулой для пути при равноускоренном движении $l = \dfrac{at^2}{2}$. Откуда искомое время $t = \sqrt{\dfrac{2l}{a}}$.

Подставляя ускорение, получим

$$t = \sqrt{\frac{2l}{\frac{F}{m} - \mu g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200}{\frac{149}{100} - 0{,}05 \cdot 9{,}8}} = 20\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 20$ с.

2.

Дано:
m, M, k, F

$\Delta l - ?$

Решение:

Из второго закона Ньютона для электровоза имеем $M\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{упр}}$, а для вагона $m\vec{a} = \vec{F}'_{\text{упр}}$.

Так как $\vec{F}_{\text{упр}} = -\vec{F}'_{\text{упр}}$, то при проецировании на ось X, получаем систему уравнений:

$\begin{cases} Ma = F - F_{упр} \\ ma = F_{упр} \end{cases}$. Складывая первое и второе уравнения, получим $(m+M)a = F$, откуда $a = \dfrac{F}{m+M}$. Согласно закону Гука, а также из второго уравнения, имеем

$F_{упр} = k\Delta x = ma = m\dfrac{F}{m+M}$, откуда $\Delta x = \dfrac{F}{k}\cdot\dfrac{m}{m+M}$.

<u>Ответ</u>: $a = \dfrac{F}{m+M}$; $\Delta x = \dfrac{F}{k}\cdot\dfrac{m}{m+M}$.

3.

<u>Дано</u>:

$m = 50$ т

$F = 17940$ Н

$\mu_{кач} = 0{,}002$

$a, T_1, T_2 - ?$

<u>Решение</u>:

$\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ – силы натяжения первой сцепки, действующие на первый и второй вагоны. Модули этих сил равны: $T_1 = T_1'$. Аналогично для второго и третьего вагонов: $T_2 = T_2'$.

Из второго закона Ньютона для каждого из вагонов имеем: $\begin{cases} \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{T}_1 = m\vec{a} \\ \vec{T}_1' + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{T}_2 = m\vec{a} \\ \vec{T}_2' + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a} \end{cases}$

Спроецируем эти уравнения на координатные оси X и Y. Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} F - \mu_{кач} mg - T_1 = ma \\ T_1 - T_2 - \mu_{кач} mg = ma \\ T_2 - \mu_{кач} mg = ma \end{cases}.$$

Складывая левые и правые части этих уравнений, найдем ускорение вагонов:

$F - \mu_{кач} mg - T_1 + T_1 - T_2 - \mu_{кач} mg + T_2 = ma + ma + ma$;

$F - 3\mu_{кач} mg = 3ma$, откуда $a = \dfrac{F - 3\mu_{кач} mg}{3m}$.

Подставим в формулу числовые данные и получим $a = \dfrac{17940 - 3 \cdot 0{,}002 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 9{,}8}{3 \cdot 5 \cdot 10^4} = 0{,}1$ м/с^2.

Сила натяжения сцепки между первым и вторым вагонами равна $F - \mu_{кач} mg - T_1 = ma$. Подставив сюда найденное выражение для ускорения, получим $T_1 = \dfrac{2}{3}F = \dfrac{2}{3} \cdot 17940 = 11960$ Н. Силу натяжения сцепки между вторым и третьим вагонами найдем из уравнения $T_2 - \mu_{кач} mg = ma$, откуда

$$T_2 = \mu_{кач} mg + ma = \mu_{кач} mg + m \cdot \frac{F - 3\mu_{кач} mg}{3m} =$$

$$= \frac{F}{3} = \frac{17940}{3} = 5980 \text{ Н}.$$

Ответ: $a = 0{,}1$ м/с^2; $T_1 = 11960$ Н; $T_2 = 5980$ Н.

4.

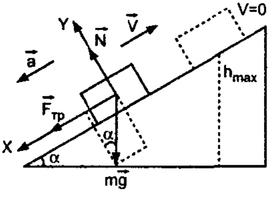
Дано:

v_0, α, μ

$t_{дв}, h_{max} - ?$

Решение:

Сначала найдем ускорение кубика при его движении вверх и вниз.



По второму закону Ньютона в векторной форме $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}_1$. Спроецируем это уравнение на координатные оси X и Y и воспользуемся соотношением $F_{тр} = \mu N$:

$$\begin{cases} mg\sin\alpha + F_{тр} = ma_1 \\ N - mg\cos\alpha = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} mg\sin\alpha + F_{тр} = ma_1 \\ F_{тр} = \mu mg\cos\alpha \end{cases};$$

$mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma_1$, откуда ускорение $a_1 = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.

Аналогично найдем ускорение бруска при движении вниз $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}_2$. Составим систему уравнений: $\begin{cases} mg\sin\alpha - F_{тр} = ma_2 \\ N - mg\cos\alpha = 0 \\ F_{тр} = \mu N \end{cases}$, откуда

$a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$.

Скорость при равнозамедленном движении кубика вверх по наклонной плоскости равна $v = v_0 - a_1 t$. В точке наивысшего подъема скорость кубика равна нулю. Из этого условия время подъема кубика до этой точки $v_0 - a_1 t_1 = 0$, откуда $t_1 = \dfrac{v_0}{a_1} = \dfrac{v_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$.

Расстояние, пройденное кубиком вдоль наклонной плоскости, равно $l = V_0 t_1 - \dfrac{at_1^2}{2} =$

$$= v_0 \cdot \frac{v_0}{a_1} - \frac{a\left(\dfrac{v_0}{a_1}\right)^2}{2} = \frac{v_0^2}{2a_1} = \frac{v_0}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}.$$

Максимальная высота подъема кубика равна

$$h_{max} = l \cdot \sin\alpha = \frac{v_0^2 \sin\alpha}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}.$$

Время движения кубика вниз по наклонной плоскости равно

$$t_2 = \sqrt{\frac{2l}{a_2}} = \sqrt{\frac{2v_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \cdot g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}} =$$

$$= \frac{v_0}{g}\sqrt{\frac{2}{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}} =$$

$$=\frac{v_0}{g}\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha-\mu^2\cos^2\alpha}}.$$

Подставив сюда выражение для l и a, получим время движения кубика $t_{дв}=t_1+t_2=$

$$=\frac{v_0}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}+\frac{v_0}{g}\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha-\mu^2\cos^2\alpha}}=$$

$$=\frac{v_0}{g}\left(\frac{1}{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}+\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha-\mu^2\cos^2\alpha}}\right).$$

Ответ: $h_{max}=\dfrac{v_0^2\sin\alpha}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}$;

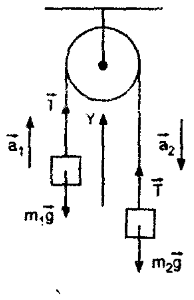
$$t_{дв}=\frac{v_0}{g}\left(\frac{1}{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}+\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha-\mu^2\cos^2\alpha}}\right).$$

5.

Дано:
m_1, m_2

a, T, F_g – ?

Решение:



Так как нить невесома и нерастяжима, то силы натяжения, действующие на грузы со стороны нити, одинаковы. Ускорения грузов в силу нерастяжимости нити имеют одинаковую величину: $a_1=a_2=a$.

Для каждого из грузов запишем второй закон Ньютона в векторной форме:

$$\begin{cases} m_1\vec{a}_1=m_1\vec{g}+\vec{T} \\ m_2\vec{a}_2=m_2\vec{g}+\vec{T} \end{cases}.$$

Спроецируем эти уравнения на координатную ось Y, направленную вертикально вверх:

$$m_1a=-m_1g+T$$
$$-m_2a=-m_2g+T.$$

Вычтем второе уравнение из первого и получим

$m_1a-(-m_2a)=-m_1g+T-(-m_2g)-T$. Тогда ускорение грузов будет равно $a=\dfrac{g(m_2-m_1)}{m_1+m_2}$.

Подставив ускорение в первое уравнение системы, найдем силу натяжения нити:

$$T=m_1(a+g)=m_1g\left(\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}+1\right)=\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}g.$$

Со стороны нити на блок действуют две силы натяжения и сила реакции со стороны оси. Так как ускорение блока $a_{бл}=0$, то $N=2T$.

Из третьего закона Ньютона сила давления блока на ось равна $\vec{F}_Д=-\vec{N}$. Модули этих сил равны: $F_Д=N=2T=\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}g$.

Ответ: $a=\dfrac{g(m_2-m_1)}{m_1+m_2}$; $T=\dfrac{2m_1m_2}{m_1+m_2}g$; $F_Д=\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}g$.

4 Законы сохранения

§28. Импульс материальной точки

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

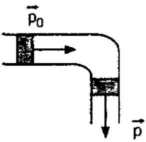
1. Импульс силы – это векторная величина, численно равная произведению силы и длительности ее действия.
2. Импульс тела – это векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость.
3. Одинаковое воздействие оказывается потому, что импульсы силы в первом и втором случае одинаковы.
4. Импульс силы зависит не только от величины силы, но от времени ее воздействия. Сила постоянна, а промежуток времени ее действия линейно увеличивается, поэтому и импульс силы, а значит и тела линейно возрастает.
5. Импульс тела сохраняется, когда на тело не действуют силы или их равнодействующая равна нулю.

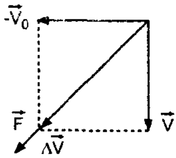
ЗАДАЧИ

1. Выделим небольшую часть воды массой m и рассмотрим ее движение до и после поворота в шланге.

   До поворота импульс этой части воды равен $\vec{p}_0 = m\vec{v}_0$, а после поворота равен $\vec{p} = m\vec{v}$. Изменение импульса равно $\vec{p} - \vec{p}_0 = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = m(\vec{v} - \vec{v}_0)$.

   Согласно второму закону Ньютона в импульсной форме, скорость изменения импульса тела равна действующей на него силе: $\frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{\Delta t} = \vec{F}$. В нашем случае $\vec{F} = \frac{m(\vec{v} - \vec{v}_0)}{\Delta t}$.





Масса m и промежуток времени Δt величины положительные, поэтому направление силы совпадает с направлением вектора разности $\Delta\vec{v}$ конечной и начальной скорости части воды: $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$. Построим вектор $\Delta\vec{v} = \vec{v} + (-\vec{v}_0)$ с учетом равенства модулей конечной и начальной скорости $(v = v_0)$. Вектор $\Delta\vec{v}$ направлен по диагонали, также направлена и сила $\Delta\vec{F}$.

По второму закону Ньютона сила, действующая на шланг, равна $\vec{F}_{\text{Д}} = -\vec{F}$, т. е. противоположно силе, действующей на часть воды.

2.

<u>Дано</u>:

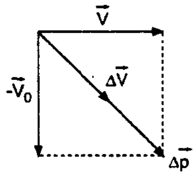
$m = 2000$ кг

$v_0 = 90$ км/ч $=$

$= 25$ м/с

$\Delta\vec{p} - ?$

<u>Решение</u>:



Изменение импульса автомобиля $\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$, где конечный импульс $\vec{p} = m\vec{v}$, а начальный импульс $\vec{p}_0 = m\vec{v}_0$. Таким образом, направление вектора изменения импульса $\Delta\vec{p}$ совпадает с направлением вектора изменения скорости автомобиля $\Delta\vec{v}$: $\Delta\vec{p} = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = m(\vec{v} - \vec{v}_0) = m\Delta\vec{v}$.

По правилу параллелограмма сумма векторов $\vec{v}$ и $-\vec{v}$ равна $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{v} + (-\vec{v}_0)$. Вектор $\Delta\vec{v}$ и вектор $\Delta\vec{p}$ направлены по диагонали квадрата.

Модуль изменения скорости находится как диагональ квадрата со стороной v_0: $\Delta v = v_0\sqrt{2}$. А модуль изменения импульса автомобиля $\Delta p = m\Delta v = 2000 \cdot 25 \cdot \sqrt{2} = 7{,}07 \cdot 10^4$ кг · м/с.

<u>Ответ</u>: $\Delta p = 7{,}07 \cdot 10^4$ кг · м/с.

3.

Дано:	Решение:
v, U	
$v_к - ?$	

Пусть масса ракетки значительно больше массы мяча. В системе отсчета, связанной с ракеткой, относительная скорость мяча относительно ракетки $\vec{v}_{мр} = \vec{v}_м - \vec{v}_р = \vec{v} - \vec{U}$. Модуль этого вектора $v_{мр} = |\vec{v} - \vec{U}| = v + U$.

После абсолютно упругого удара мяч полетит со скоростью $\vec{v}'_{мр} = -\vec{v}_{мр} = -\vec{v} + \vec{U}$. Модуль этого вектора $\vec{v}'_{мр} = |-\vec{v} + \vec{U}| = v + U$.

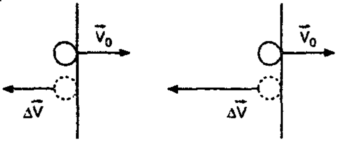
В системе отсчета, связанной с Землей, согласно закону сложения скоростей, скорость мяча после удара будет равна $\vec{v}_к = \vec{v}'_{мр} + \vec{U}$, где $\vec{U}$ – скорость подвижной системы отсчета, т. е. ракетки.

Тогда $\vec{v}_к = -\vec{v} + \vec{U} + \vec{U} = 2\vec{U} - \vec{v}$. Модуль этого вектора $v_к = 2U + v$.

Ответ: $v_к = 2U + v$.

4.

Дано:	Решение:
m, v_0	
$\Delta\vec{p} - ?$	



Столкновение пластилинового шара с бетонной стеной является неупругим, значит, его скорость после столкновения $\vec{v} = 0$. Тогда изменение импульса: $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = m(\vec{v} - \vec{v}_0) = -m\vec{v}_0$.

Вектор $\Delta\vec{p}$ направлен так же, как и вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$. Модуль этого вектора: $\Delta p = |-m\vec{v}_0| = mv_0$.

Столкновение теннисного мяча с бетонной стеной является упругим, значит, модуль его скорости остается прежним, а направление меняется на противоположное. В этом случае изменение импульса: $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = m(\vec{v} - \vec{v}_0) = m(-\vec{v}_0 - \vec{v}_0) = -2m\vec{v}_0$.

Вектор $\Delta\vec{p}$ направлен противоположно вектору начальной скорости $\vec{v}_0$. Модуль этого вектора: $\Delta p = |-2m\vec{v}_0| = 2mv_0$.

Ответ: $\Delta p = mv_0$; $\Delta p = 2mv_0$.

5.

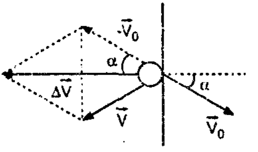
Дано:
m, v_0, α

$\Delta p - ?$

Решение:

При абсолютно упругом ударе молекулы о стенку сосуда ее скорость не меняется по модулю, а угол падения равен углу отражения.

Изменение импульса: $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = m(\vec{v} - \vec{v}_0)$.



По правилу параллелограмма для суммы векторов $\vec{v}$ и $(-\vec{v}_0)$: $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{v} + (-\vec{v}_0)$. Так как модули векторов конечной и начальной скоростей равны, то получившаяся на рисунке фигура – ромб со стороной v_0.

Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и в точке пересечения делятся пополам. Из рисунка видно, что $\Delta v = 2v_0 \cos\alpha$.

Вектор $\Delta\vec{v}$ и, следовательно, вектор изменения импульса $\Delta\vec{p}$ направлен перпендикулярно стенке сосуда. Тогда модуль изменения импульса: $\Delta p = 2mv_0 \cos\alpha$.

Ответ: $\Delta p = 2mv_0 \cos\alpha$.

§29. Закон сохранения импульса

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Замкнутой системой называется система тел, для которой равнодействующая внешних сил равна нулю. Такую систему образуют, к примеру, два шара, движущихся навстречу друг другу.
2. Суммарный импульс замкнутой системы тел остается постоянным при любых взаимодействиях тел системы между собой. Реактивная ракета «отталкивается» от выбрасываемых ею газов.
3. Многоступенчатые ракеты используются для постепенного уменьшения массы ракеты по мере набора высоты за счет отброса ставшей ненужной очередной ступени.
4. В первом случае камень улетит дальше, так как во втором случае часть начального импульса камня перейдет к лодке.
5. По закону сохранения импульса, человек при переходе на берег сообщает лодке некоторый импульс, в результате чего лодка приобретает скорость.

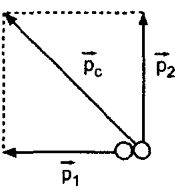
ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$m_1 = 1$ кг
$m_2 = 2$ кг
$v_1 = 10$ м/с
$v_2 = 5$ м/с

$\vec{p}_c - ?$

Решение:



Импульс системы тел равен векторной сумме импульсов отдельных тел системы: $\vec{p}_c = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$.

Импульс системы шаров направлен на северо-запад.

Модуль импульса системы можно определить по теореме Пифагора: $p_c = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} =$

$= \sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2} = \sqrt{(1\cdot 10)^2 + (2\cdot 5)^2} \approx 14{,}1$ кг · м/с.

Ответ: $p_c \approx 14{,}1$ кг · м/с.

2.

Дано:

$m = 1$ кг

$v_0 = 20$ м/с

$v_1 = 500$ м/с

$m_1 = 0,2$ кг

$v_{2x} - ?$

Решение:

Начальный импульс системы равен $\vec{p}_0 = m\vec{v}_0$.

Конечный импульс системы равен сумме импульсов осколков $\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$, где $m_2 = m - m_1$ – масса второго осколка.

Согласно закону сохранения импульса, начальный и конечный импульсы в замкнутой системе тел равны.

Тогда имеем: $m\vec{v}_0 = m_1\vec{v} + (m - m_1)\vec{v}_2$.

В проекциях на ось X это уравнение примет вид: $mv_0 = m_1v_1 + (m - m_1)v_{2x}$, где v_{2x} – проекция скорости второго осколка на ось X. Отсюда находим

$$v_{2x} = \frac{mv_0 - m_1v_1}{m - m_1} = \frac{1 \cdot 20 - 0,2 \cdot 500}{1 - 0,2} = -100 \text{ м/с}.$$

Отрицательная проекция скорости второго осколка означает, что он движется в направлении, противоположном оси X. Модуль скорости второго осколка $v_2 = |v_{2x}| = 100$ м/с.

Ответ: $v_2 = 100$ м/с.

3.

Дано:

$m = 20$ кг

$v_0 = 200$ м/с

$\alpha = 30°$

$M = 2000$ кг

$v - ?$

Решение:

Импульс системы «орудие-снаряд» не сохраняется, так как это система не является замкнутой. Во время выстрела на эту систему действует нескомпенсированная реакция опоры со стороны Земли. Эта сила перпендикулярна Земле (оси X), поэтому ее проекция на ось X равна нулю.

Воспользуемся законом сохранения проекции импульса системы тел на ось X.

Начальный импульс системы «орудие-снаряд» равен нулю. Сумма проекций конечных импульсов $Mv_x + mv_{0x}$, тогда $Mv_x + mv_{0x} = 0$.

Проекция скорости снаряда $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, поэтому $Mv_x + mv_0 \cos\alpha = 0$.

Отсюда проекция скорости орудия равна:

$$v_x = -\frac{mv_0 \cos\alpha}{M} = \frac{20 \cdot 200 \cos 30°}{2000} \approx -1,73 \text{ м/с}.$$

Проекция скорости отрицательная, т. е. орудие откатывается назад. Значит, модуль скорости равен $v = |v_x| = 1,73$ м/с.

Ответ: $v = 1,73$ м/с.

4.

Дано:

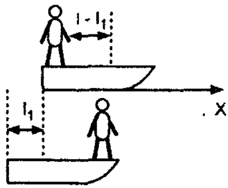
$m = 70$ кг

$M = 130$ кг

$l = 4$ м

$l_1 - ?$

Решение:



Достаточно очевидно, что лодка будет двигаться в направлении, противоположном движению человека.

Пусть за время t лодка сместилась на расстояние l_1. Человек же за это время прошел расстояние $l - l_1$ относительно воды. Тогда скорость лодки $v_л = \frac{l_1}{t}$, а скорость человека – $v_ч = \frac{l - l_1}{t}$.

Согласно закону сохранения импульса, $m \cdot \frac{l - l_1}{t} - M \cdot \frac{l_1}{t} = 0$, откуда искомое расстояние равно $l_1 = \frac{ml}{M + m} = \frac{70 \cdot 4}{130 + 70} = 1,4$ м.

Ответ: $l_1 = 1,4$ м.

5.

Дано:

$h = 1960$ м

$v_0 = 100$ м/с

$v_{01} = 2v_0$

$L - ?$

Решение:

Определим скорость второго осколка после разрыва снаряда.

До разрыва снаряда импульс системы равен $m\vec{v}_0$, а после разрыва импульс системы из двух осколков одинаковой массы равен $\frac{m}{2}\vec{v}_{01} + \frac{m}{2}\vec{v}_{02}$.

Тогда $m\vec{v}_0 = \frac{m}{2}\vec{v}_{01} + \frac{m}{2}\vec{v}_{02}$ или $2\vec{v}_0 = \vec{v}_{01} + \vec{v}_{02}$.

Запишем последнее уравнение в проекциях на ось X, совпадающую с направлением скорости снаряда $2v_0 = v_{01x} + v_{02x}$.

По условию задачи скорость первого осколка в два раза больше скорости снаряда и направлена противоположно, поэтому $v_{01x} = -2v_0$. Тогда $2v_0 = -2v_0 + v_{2x}$, откуда проекция скорости второго осколка равна $v_{2x} = 4v_0$. Поскольку проекция скорости положительная, то направления скорости второго осколка и снаряда совпадают.

Расстояние между осколками равно сумме дальностей полета осколков в горизонтальном направлении: $L = L_1 + L_2$. Воспользуемся результатом решения задачи 1 к §17, заменив в формуле для дальности полета v_0 на v_{01} и v_{02}:

$$L_1 = v_{01}\sqrt{\frac{2h}{g}} = 2v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ и } L_2 = v_{02}\sqrt{\frac{2h}{g}} = 4v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Искомое расстояние:

$$L = 2v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} + 4v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} = 6v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} =$$

$$= 6 \cdot 100\sqrt{\frac{2 \cdot 1960}{9{,}8}} = 12000 \text{ м} = 12 \text{ км}.$$

Ответ: $L = 12$ км.

§30. Работа силы

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Работа – это скалярная физическая величина, равная произведению проекции силы на ось X на перемещение, совершенное телом под действием этой силы.

Работа измеряется в джоулях. Работа показываст, как изменяется энергия в данном процессе.

2. Работа силы положительна, если угол между векторами перемещения и силы меньше 90°; работа силы отрицательна, если этот угол больше 90°; работа силы равна нулю, если перемещение перпендикулярно силе.
3. Чем больше положительная проекция силы на ось X, тем больше работа силы. Графически работа силы численно равна площади под графиком зависимости $F(x)$.
4. 100 кг · 2 м > 120 кг · 1,5 м. Значит, в первом случае работа, выполняемая штангистом, больше.
5. Наклонная лестница уменьшает усилие при подъеме, поскольку на работу влияет только компонента силы тяжести, сонаправленная перемещению.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:

$F = 40$ Н

$\Delta x = 15$ см

$A - ?$

Решение:

По определению работа постоянной силы равна $A = F\Delta x\cos\alpha$.

Направление силы и перемещения совпадают, поэтому $\alpha = 0°$ и $\cos\alpha = 1$.

Тогда искомая работа по разрезанию сыра равна $A = F\Delta x = 40 \cdot 0{,}15 = 60$ Дж.

Ответ: $A = 60$ Дж.

2.

Дано:

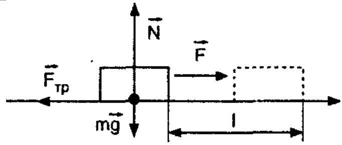
$m = 200$ кг

$l = 5$ м

$\mu = 0{,}5$

$A - ?$

Решение:



Передвигая контейнер по полу, мы прикладываем к нему постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$.

Работа этой силы определяется по формуле $A = F\Delta x\cos\alpha$.

Модуль перемещения $\Delta x = l$, а $\alpha = 0°$. Направление силы и перемещения совпадают, поэтому $A = Fl$.

При равномерном движении тела по горизонтальной поверхности $F = F_{тр} = \mu N = \mu mg$, откуда искомая работа:

$A = \mu mgl = 0{,}5 \cdot 200 \cdot 9{,}8 \cdot 5 = 4900$ Дж $= 4{,}9$ кДж.

Ответ: $A = 4{,}9$ кДж.

3.

Дано:
$V = 160$ см^3
$n = 70$
$A_1 = 1$ Дж

$A - ?$

Решение:

За одну минуту сердце совершает работу, равную $A_2 = nA_1$. Тогда работа сердца за сутки равна $A = 24 \cdot 60 \cdot nA_1 = 100800$ Дж $= 101$ кДж.

Ответ: $A = 101$ кДж.

4.

Дано:
$\Delta x = 10$ км
$A = 980$ кДж
$\mu = 0{,}02$

$m - ?$

Решение:

При равномерном движении саней работа равна $A = F\Delta x\cos\alpha = F_{тр}\Delta x = \mu mg\Delta x$. Отсюда масса саней $m = \dfrac{A}{\mu g\Delta x} = \dfrac{980 \cdot 10^3}{0{,}02 \cdot 9{,}8 \cdot 10 \cdot 10^3} = 500$ кг.

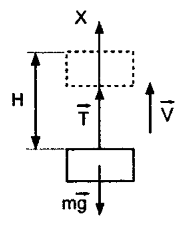
Ответ: $m = 500$ кг.

5.

Дано:
$H = 20$ м
$A = 9{,}8$ кДж

$m - ?$

Решение:



На груз во время его подъема действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения каната $\vec{T}$. При равномерном подъеме груза его ускорение $\vec{a} = 0$.

Согласно второму закону Ньютона, $\vec{T} + m\vec{g} = 0$. Проецируя это уравнение на ось X, получим $T - mg = 0$, откуда $T = mg$.

Работа подъемника есть работа силы натяжения каната: $A = T\Delta x\cos\alpha$. Так как модуль перемещения $\Delta x = H$, а $\alpha = 0°$, то $A = TH = mgH$. Отсюда масса поднимаемого груза $m = \frac{A}{gH} = \frac{9,8\cdot10^3}{9,8\cdot20} = 50$ кг.

Ответ: $m = 50$ кг.

§31. Потенциальная энергия

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Потенциальной называется сила, работа которой при перемещении материальной точки зависит только от начального и конечного положений тел и не зависит от траектории.
2. Потенциальная энергия тела – это скалярная физическая величина, равная работе, совершаемой потенциальной силой при перемещении тела из данной точки в точку, потенциальная энергия которой принята за ноль.
3. Силу тяжести можно считать постоянной при небольших h, а перемещения при подъеме наверх и вниз противоположны, следовательно, суммарная работа обратится в ноль.
4. Принцип минимума потенциальной энергии состоит в том, что любая система стремится перейти в такое состояние, при котором ее потенциальная энергия окажется минимальной.
5. Устойчивое равновесие – это равновесие, при котором тело, выведенное из состояния устойчивого равновесия, стремится вернуться в начальное положение (например, мяч в яме).

   Неустойчивое равновесие – это равновесие, при котором тело, выведенное из этого состояния, не возвращается в первоначальное положение (мяч на вершине горы).

   Безразличное равновесие – это равновесие, при котором соседние положения тела также равновесны (мяч на горизонтальной поверхности).

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$m = 1$ кг
$E_p = 9{,}8$ Дж

H – ?

Решение:
Для решения задачи воспользуемся формулой для расчета потенциальной энергии материальной точки массой m, поднятой на высоту H над нулем отсчета: $E_p = mgH$.

Отсюда искомая высота $H = \dfrac{E_p}{mg} = \dfrac{9{,}8}{1 \cdot 9{,}8} = 1$ м.

Ответ: $H = 1$ м.

2.

Дано:
$H = 1$ м
$a = 2$ м
$b = 1$ м
$\rho = 2 \cdot 10^3$ кг/м^3

ΔE_p, A – ?

Решение:
Объем выкапываемой глины $V = Hab$, а ее масса $m = \rho V = \rho Hab$.

Выберем нулевой уровень отсчета на поверхности Земли. Начальный уровень потенциальной энергии выберем в геометрическом центре ямы, т. е. на глубине $\dfrac{H}{2}$ от поверхности Земли.

Тогда начальная потенциальная энергия глины объема V: $E_{p0} = -mg\dfrac{H}{2} = -\rho Habg\dfrac{H}{2} = -\dfrac{\rho H^2 abg}{2}$.

Изменение потенциальной энергии глины при ее выкапывании:

$$\Delta E_p = E_p - E_{p0} = 0 - \left(-\frac{\rho H^2 abg}{2}\right) = \frac{\rho H^2 abg}{2}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$\Delta E_p = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1^2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 9{,}8}{2} = 16{,}6 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 19{,}6 \text{ кДж}.$$

Минимальная работа, совершаемая землекопом, равна изменению потенциальной энергии глины: $A = \Delta E_p = 19{,}6$ кДж.

Ответ: $\Delta E_p = 19{,}6$ кДж.

3.

Дано:
$V = 200$ л
$H = 1$ м

$\Delta E_р, \Delta E_{рл} - ?$

Решение:

Выберем нулевой уровень отсчета потенциальной энергии на поверхности Земли. Тогда начальная потенциальная энергия воды в бочке $E_{р0} = mg\dfrac{H}{2}$.

Как и в предыдущей задаче, мы полагаем, что вся масса воды сосредоточена в центре тяжести, т. е. на высоте $\dfrac{H}{2}$ от поверхности Земли. Так как $m = \rho V$, то $E_{р0} = \dfrac{\rho VgH}{2}$.

Изменение потенциальной энергии воды при ее вытекании на Землю:

$$\Delta E_р = E_р - E_{р0} = 0 - \frac{\rho VgH}{2} = -\frac{\rho VgH}{2}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$\Delta E_р = -\frac{10^3 \cdot 200 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8 \cdot 1}{2} = -980 \text{ Дж}.$$

При вытекании воды на поверхность Луны:

$$\Delta E_{рл} = -\frac{\rho V g_л H}{2} = -\frac{10^3 \cdot 200 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}6 \cdot 1}{2} = -160 \text{ Дж}.$$

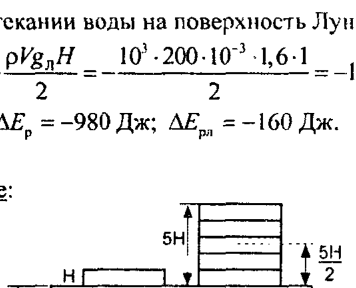
Ответ: $\Delta E_р = -980$ Дж; $\Delta E_{рл} = -160$ Дж.

4.

Дано:
$m = 2$ кг
$H = 10$ см
$h = 1$ м

$A - ?$

Решение:



Выберем нулевой уровень потенциальной энергии на полу. Тогда начальная потенциальная энергия пяти словарей $E_{p0} = 5mg\left(h + \frac{H}{2}\right)$.

Конечная потенциальная энергия словарей, когда они в стопке, $E_p = 5mg\left(h + \frac{5H}{2}\right)$.

Работа по перемещению словарей равна разности конечной E_p и начальной E_{p0} потенциальных энергий: $\Delta E_p = E_p - E_{p0} = 5mg\left(h + \frac{5H}{2}\right) -$

$-5mg\left(h + \frac{H}{2}\right) = 10mgH = 10 \cdot 2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}1 = 19{,}6$ Дж.

Ответ: $A = \Delta E_p = 19{,}6$ Дж.

5.

Дано:	Решение:
$m = 200$ кг $H = 2$ м $A - ?$	Работа штангиста против силы тяжести равна разности конечной и начальной энергий штанги: $A = \Delta E_p = E_p - E_{p0} = mgH - 0 =$ $= mgH = 200 \cdot 2 \cdot 9{,}8 = 3920$ Дж $= 3{,}2$ кДж. Ответ: $A = 3{,}2$ кДж.

§32. Потенциальная энергия тела при гравитационном и упругом взаимодействиях

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Потенциальная энергия тела в поле тяжести Земли будет отрицательна, если принять потенциальную энергию в бесконечности за ноль.
2. Потенциальная энергия тела на поверхности Земли равна:

$$E_p = -G \cdot \frac{mM_\oplus}{r}.$$

При минимальном радиусе r, т. е. на поверхности Земли, эта энергия будет минимальна.

3. Работа силы упругости зависит только от начального и конечного удлинений пружины. Это означает, что сила упругости – потенциальная сила.
4. Потенциальная энергия упругодеформированной пружины (или тела) равна $E_p = \frac{kx^2}{2}$, где k – коэффициент жесткости пружины, x – изменение ее длины.
5. Потенциальная энергия пружины равна нулю, когда пружина нерастянута. При сжатой пружине $x < 0$, при растянутой пружине $x > 0$.

ЗАДАЧИ

1. В различных точках эллиптической орбиты потенциальная энергия спутников $E_p(r) = -G \cdot \frac{Mm}{r}$ будет различной. Следовательно, гравитационное поле Землч будет совершать не нулевую работу при движении спутника из одной точки орбиты к другой (т. к. разные расстояния r). Это неизбежно приведет к изменению скорости спутника.

2.

Дано:	Решение:
$h = R_3$	Работа, совершаемая ракетой по поднятию спутника на высоту h над поверхностью Земли равна разности конечной и начальной потенциальных энергий спутника: $A_1 = E_p - E_{p0}$.
$\frac{A_1}{A_2}$ – ?	

Потенциальная энергия тела массой m в поле тяжести Земли $E_p = -G \cdot \frac{M_3 m}{r}$. Тогда на поверхности Земли ($r = R_3$) потенциальная энергия тела $E_{p0} = -G \cdot \frac{M_3 m}{R_3}$, а на расстоянии $h = R_3$ от поверхности Земли она будет равна $E_p = -G \cdot \frac{M_3 m}{h + R_3} = -G \cdot \frac{M_3 m}{2R_3}$.

Работа равна $A_1 = -G\cdot\frac{M_3 m}{2R_3} - \left(-G\cdot\frac{M_3 m}{R_3}\right) = G\cdot\frac{M_3 m}{2R_3}$.

Вращающийся по орбите спутник имеет скорость, определяемую высотой орбиты. Согласно второму закону Ньютона, $F_g = ma_n$, следовательно, $G\cdot\frac{M_3 m}{r^2} = m\frac{V^2}{r}$, откуда $V = \sqrt{\frac{GM_3}{r}}$.

Так как по условию задачи $r=2R_3$, то $V = \sqrt{\frac{GM_3}{2R_3}}$.

Имея скорость V, спутник обладает кинетической энергией $E_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{m}{2}\cdot\frac{GM_3}{2R_3} = \frac{mGM_3}{4R_3}$.

Работа ракеты по запуску спутника равна этой кинетической энергии, т. к. первоначально спутник покоился относительно ракеты: $A_2 = E_k = \frac{mGM_3}{4R_3}$. Отношение работ:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{G\cdot\frac{M_3 m}{2R_3}}{\frac{mGM_3}{4R_3}} = G\cdot\frac{M_3 m}{2R_3}\cdot\frac{4R_3}{mGM_3} = 2.$$

Ответ: $\frac{A_1}{A_2} = 2$.

3.

Дано:

$x_1 = 2$ см

$A_1 = 1$ Дж

$\Delta x = 2$ см

$A_2 - ?$

Решение:

Потенциальная энергия упругодеформированной пружины равна $E_p = \frac{kx^2}{2}$. Пусть потенциальная энергия недеформированной пружины равна нулю. Тогда работа внешней силы по растяжению пружины равна разности конечной и начальной потенциальных энергий пружины.

Первая работа равна $A_1 = \frac{kx_1^2}{2} - 0 = \frac{kx_1^2}{2}$. Аналогично работа, совершаемая внешними силами при растяжении пружины на Δx, равна:

$$A_2 = E_{p2} - E_{p1} = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} = \frac{k(x_1+\Delta x)^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}.$$

Тогда соотношение работ:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\frac{k(x_1+\Delta x)^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}}{\frac{kx_1^2}{2}} = \frac{(x_1+\Delta x)^2}{x_1^2} - 1.$$

Отсюда искомая работа:

$$A_2 = A_1\left(\frac{(x_1+\Delta x)^2}{x_1^2} - 1\right) = 1\cdot\left(\frac{(2+2)^2}{2^2} - 1\right) = 3 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A_2 = 3$ Дж.

4.

Дано:
$x_1 = 3$ см
$x_2 = 6$ см
$\frac{E_{p2}}{E_{p1}} - ?$

Решение:
Воспользуемся формулой для потенциальной энергии пружины: $E_{p1} = \frac{kx_1^2}{2}$ и $E_{p2} = \frac{kx_2^2}{2}$. Тогда искомое отношение: $\frac{E_{p2}}{E_{p1}} = \frac{\frac{kx_2^2}{2}}{\frac{kx_1^2}{2}} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = \left(\frac{6}{3}\right)^2 = 4$.

Ответ: $\frac{E_{p2}}{E_{p1}} = 4$ раза.

5.

Дано:
$m - 0,2$ кг
$A = 0,2$ м
$\nu = 2$ Гц
$F_{max}, E - ?$

Решение:
Частота колебаний ν связана с периодом колебаний T соотношением $\nu = \frac{1}{T}$. Так как период колебаний равен $T = \frac{2\pi}{\omega}$, то угловая скорость $\omega = 2\pi\nu$.

Воспользуемся формулой для проекции вектора ускорения колебательного тела (шара): $a_x = -\omega^2 A\cos\omega t$. Максимальная сила упругости будет тогда, когда проекция ускорения принимает максимальное значение, т. е.: $F_{max} = m(a_x)_{max} = m\omega^2 A = m4\pi^2\nu^2 A$. Подставим числовые данные: $F_{max} = 0{,}2\cdot 4\cdot 3{,}14^2\cdot 2^2\cdot 0{,}2 \approx 6{,}3$ Н.

Максимальные значения упругой силы достигаются при максимальных отклонениях шара от положения равновесия (при координатах $x = \pm A$). В этих двух положениях скорость шара равна нулю.

При максимальных отклонениях от положения равновесия вся энергия системы «шар-пружина» будет сосредоточена в пружине, т. к. кинетическая энергия шара $E_k = 0$. Тогда $(E_p)_{max} = \dfrac{kA^2}{2}$ – максимальное значение потенциальной энергии и будет равно механической энергии системы (она равна сумме кинетической и потенциальной энергий тел системы $E = E_p + E_k$).

Найдем жесткость пружины k. С одной стороны по закону Гука $F_{max} = kA$, с другой стороны, мы получили $F_{max} = m4\pi^2\nu^2 A$. Приравнивая эти выражения, получим: $k = 4\pi^2\nu^2 m$. Тогда механическая энергия: $E = (E_p)_{max} = \dfrac{4\pi^2\nu^2 mA^2}{2} =$

$$= \frac{4\cdot 3{,}14^2\cdot 2^2\cdot 0{,}2\cdot 0{,}2^2}{2} \approx 0{,}63 \text{ Дж.}$$

Ответ: $F_{max} \approx 6{,}3$ Н; $E \approx 0{,}63$ Дж.

§33. Кинетическая энергия

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Кинетическая энергия тела – это энергия его механического движения. Она вычисляется по формуле $E_k = \frac{mv^2}{2}$, где m - масса тела, v – его скорость.
   Кинетическая энергия измеряется в джоулях.
2. Изменение кинетической энергии тела равно алгебраической сумме работ всех сил, действующих на тело.
3. Даже если равнодействующая сил отлична от нуля, суммарная работа всех сил может равняться нулю, если перемещение тела перпендикулярно равнодействующей. В этом случае кинетическая энергия тела останется постоянной.
4. Тормозной путь автомобиля зависит от скорости автомобиля $(l \sim v^2)$, и от коэффициента трения $\left(l \sim \frac{1}{\mu}\right)$.
5. Для запуска спутника вдоль экватора требуется меньше энергии, так как спутник уже обладает некоторой кинетической энергией, связанной с вращением Земли.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:

$v_2 = 2v$

$m_2 = \frac{m}{2}$

$\frac{E_{k2}}{E_k}$ – ?

Решение:

Кинетическая энергия тела равна $E_k = \frac{mv^2}{2}$.

При увеличении скорости ракеты и уменьшении ее массы кинетическая энергия будет равна:

$E_{k2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{\frac{m}{2}\cdot(2v)^2}{2} = 2\cdot\frac{mv^2}{2} = 2E_k$. Таким образом, кинетическая энергия ракеты увеличивается в 2 раза.

Ответ: увеличивается в 2 раза.

2.

Дано:	Решение:
$m = 1$ кг $V_0 = 4$ м/с $E_p - ?$	На шар во время его торможения действует сила упругости пружины. Максимальное сжатие пружины будет в тот момент, когда скорость шара станет равна нулю: $v = 0$.

Для нахождения работы силы упругости $A_{упр}$ воспользуемся теоремой о кинетической энергии: $E_k - E_{k0} = A_{упр}$, где $E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}$ – начальная кинетическая энергия шара, а $E_k = 0$ – конечная энергия шара. Тогда $A_{упр} = -\frac{mv_0^2}{2}$.

Сила упругости является потенциальной силой, поэтому ее работа равна разности начальной и конечной потенциальной энергий тела: $A_{упр} = E_{p0} - E_p$.

Сначала пружина не деформирована, поэтому ее потенциальная энергия $E_{p0} = 0$. Энергия E_p соответствует максимальному сжатию пружины.

Подставляя $A_{упр}$, получим $-\frac{mv_0^2}{2} = 0 - E_p$, откуда $E_p = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{1 \cdot 4^2}{2} = 8$ Дж.

Ответ: $E_p = 8$ Дж.

3.

Дано:	Решение:
$m = 1$ кг $v = 60$ км/с $E_k - ?$	Кинетическую энергию микрометеорита найдем по формуле: $E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{1 \cdot (6 \cdot 10^4)^2}{2} = 1{,}8 \cdot 10^9$ ГДж.

Ответ: $E_k = 1{,}8 \cdot 10^9$ ГДж.

4.

Дано:	Решение:
$E = 7{,}4\cdot 10^{16}$ Дж $m = 3000$ т $v - ?$	Если приравнять энергию E, выделяющуюся при сгорании урана-235, кинетической энергии корабля E_k, можно получить максимальную скорость, которую сможет набрать космический корабль: $E = E_k = \frac{mv^2}{2}$, откуда: $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 7{,}4\cdot 10^{16}}{3\cdot 10^6}} \approx 2{,}2\cdot 10^5 = 220$ км/с. Ответ: $v = 220$ км/с.

5.

Дано:

$m = 9$ г

$v_0 = 650$ м/с

$v = 390$ м/с

$l = 400$ м

$x = \frac{E_{k0} - E_k}{E_{k0}} - ?$

$A_{сопр} - ?$

Решение:

Уменьшение кинетической энергии пули во время полета $E_{k0} - E_k = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv^2}{2}$. Разделив это выражение на E_{k0}, получим:

$$x = \frac{\frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv^2}{2}}{\frac{mv_0^2}{2}} = 1 - \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 = 1 - \left(\frac{390}{650}\right)^2 = 0{,}64.$$

Это и есть часть первоначальной кинетической энергии, потерянной пулей. Другими словами, пуля потеряла 64% первоначальной энергии.

Работу сил сопротивления найдем, используя теорему о кинетической энергии: $E_k - E_{k0} = A_{сопр}$.

Отсюда $A_{сопр} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m}{2}(v^2 - v_0^2) =$

$$= \frac{9\cdot 10^{-3}}{2}\cdot(390^2 - 650^2) = -1220 \text{ Дж} = -1{,}22 \text{ кДж}.$$

Ответ: $x = 0{,}64$ или 64%; $A_{сопр} = -1{,}22$ кДж.

§34. Мощность

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Средняя мощность – скалярная физическая величина, равная отношению работы к промежутку времени, за который она совершается.
   Единица измерения мощности ватт. 1 Вт =1 Дж/с.
2. Мгновенная мощность – скалярная физическая величина, равная отношению работы к промежутку времени Δt, в течение которого она совершается (при $\Delta t \to 0$).
3. Мощность является скалярной величиной.
4. Мгновенная мощность равна произведению проекции силы, действующей на тело, и скорости в направлении его перемещения: $P = F_x v_x$. Следовательно, чем больше скорость, тем меньшая сила тяги требуется для ее поддержания.
5. Мощность двигателей расходуется на поддержание заданной высоты.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$m = 100$ кг
$H = 20$ м
$t = 9{,}8$ с

$P - ?$

Решение:
В данной задаче речь идет о средней мощности $P = \frac{A}{t}$, где A – работа двигателя подъемника.
Работа A равна изменению потенциальной энергии груза массой m: $A = E_p - E_{p0} = mgH - 0 = mgH$.

Тогда $P = \frac{mgH}{t} = \frac{100 \cdot 9{,}8 \cdot 20}{9{,}8} = 2000$ Вт $= 2$ кВт.

Ответ: $P = 2$ кВт.

2.

Дано:
$v = 40$ м/мин
$F = 30$ Н

$P - ?$

Решение:
Воспользуемся формулой для мгновенной мощности: $P = F_x v_x$. Считая, что направления скорости и силы совпадают, получим: $P = Fv = 30 \cdot \frac{40}{60} = 20$ Вт.

Ответ: $P = 20$ Вт.

3.

Дано:	Решение:
$v=90\cdot10^6$ л/мин $H=100$ м $\rho=10^3$ кг/м^3	Мощность водопада равна $P=\frac{A}{t}=\frac{mgH}{t}$. Масса воды, проходящей через водопад за время t, равна $m=\rho Vt$, где ρ – плотность воды. Тогда $P=\frac{\rho VtgH}{t}=\rho VgH=10^3\cdot1{,}5\cdot10^3\cdot9{,}8\cdot100=$ $=1{,}47\cdot10^9$ Вт $=1470$ МВт.
$P-?$	Ответ: $P=1470$ МВт.

4.

Дано:	Решение:
$A_1=16$ Дж $n=180$ уд./мин	Мощность сердца спортсмена равна: $P=A_1n=16\cdot\frac{180}{60}=48$ Вт.
$P-?$	Ответ: $P=48$ Вт.

5.

Дано:	Решение:
$E_1=20$ кДж $V_1=1$ л $P=80$ Вт $t=1$ с	Энергия, выделяющаяся при вдыхании 1 л кислорода, равна $W=\frac{E_1}{V_1}=20$ кДж/л. Учитывая, что приток мощности равен $P=\frac{WV}{t}$, найдем необходимый объем вдыхаемого воздуха $V=\frac{Pt}{W}=\frac{PtV_1}{E_1}=\frac{80\cdot1\cdot1}{20\cdot10^3}=4\cdot10^{-3}$ л $=4$ мл.
$V-?$	Ответ: $V=4$ мл.

§35. Закон сохранения механической энергии

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Полной механической энергией системы называется сумма ее потенциальной и кинетической энергий. Изменение механиче-

ской энергии системы равно работе всех непотенциальных сил системы.

2. Консервативной называется система тел, в которой действуют только потенциальные силы.
3. Механическая энергия системы сохраняется, если работа всех непотенциальных сил равна нулю.
4. По закону сохранения энергии: $mgh = \frac{mv^2}{2}$.

Ситуация, когда мяч бросают вертикально вверх с некоторой начальной скоростью до высоты h, с позиции энергии равнозначна ситуации, когда мяч падает без начальной скорости с высоты h. Поэтому скорость в конце пути будет равна 5,4 м/с.

5. Из закона сохранения энергии $mgh + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}$ следует, что $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$.

Поскольку в это выражение не входит угол наклона вылета снаряда, скорость на высоте h одинакова для любых углов.

ЗАДАЧИ

1.

<u>Дано</u>:
$v_0 = 20$ м/с

$H - ?$

<u>Решение</u>:
Для замкнутой системы механическая энергия сохраняется, т. е. $E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0}$.

Нулевой уровень системы «Земля-камень» выберем на Земле, тогда $E_{p0} = 0$.

Конечная кинетическая энергия $E_k = 0$, т. к. мы находим максимальную высоту подъема камня.

Тогда $0 + mgH = \frac{mv_0^2}{2} + 0$, или $mgH = \frac{mv_0^2}{2}$.

Откуда максимальная высота подъема камня $H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{20^2}{2 \cdot 9,8} = 20,4$ м.

<u>Ответ</u>: $H = 20,4$ м.

2.

Дано:
$H_З = 18$ м

$H_М - ?$

Решение:
Максимальная высота подъема пули на Земле $H_З = \frac{v_0^2}{2g_З}$, а на Марсе – $H_М = \frac{v_0^2}{2g_М}$. Исключая v_0 из этих выражений, получим $H_М = \frac{H_З g_З}{g_М}$.

Здесь $g_З$ и $g_М$ – ускорение свободного падения на Земле и на Марсе, соответственно.

Используя таблицу № 8 учебника, найдем ускорение свободного падения на Марсе: $g_М = 3{,}7$ м/с. Тогда $H_М = \frac{18 \cdot 9{,}8}{3{,}7} = 47{,}7$ м.

Ответ: $H_М = 47{,}7$ м.

3.

Дано:
$H = 5$ м
$v_0 = 5$ м/с

$v - ?$

Решение:
За начало отсчета потенциальной энергии примем уровень воды: $E_p = 0$. Учитывая, что $E_k = \frac{mv^2}{2}$, $E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}$, $E_{p0} = mgH$, по закону сохранения энергии получим $\frac{mv^2}{2} + 0 = \frac{mv_0^2}{2} mgH$, откуда конечная скорость прыгуна:

$v = \sqrt{v_0^2 + 2gH} = \sqrt{5^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 5} = 11{,}1$ м/с.

Ответ: $v = 11{,}1$ м/с.

4.

Дано:
$H = 9{,}2$ км
$v = 1080$ км/ч

$\frac{E_k}{E}, \frac{E_p}{E} - ?$

Решение:
Механическая энергия системы «Земля-авиалайнер» $E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} + mgH = m\left(\frac{v^2}{2} + gH\right)$.

Учитывая, что $H = 9{,}2 \cdot 10^3$ м, а $v = 300$ м/с, получим:

$$\frac{E_k}{E} = \frac{\frac{mv^2}{2}}{m\left(\frac{v^2}{2} + gH\right)} = \frac{v^2}{v^2 + 2gH} =$$

$$= \frac{300^2}{300^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 9{,}2 \cdot 10^3} \approx 0{,}33.$$

$$\frac{E_p}{E} = \frac{mgH}{m\left(\frac{v^2}{2} + gH\right)} = \frac{2gH}{v^2 + 2gH} =$$

$$= \frac{2 \cdot 9{,}8 \cdot 9{,}2 \cdot 10^3}{300^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 9{,}2 \cdot 10^3} \approx 0{,}67.$$

Ответ: $\frac{E_k}{E} \approx 0{,}33$; $\frac{E_p}{E} \approx 0{,}67$.

5.

Дано:

$m = 5$ кг

$H = 10$ м

$h = 5$ м

$\Delta E_k, \Delta E_p, v - ?$

Решение:

Нулевой уровень потенциальной энергии выберем на поверхности Земли: $E_p = 0$. Тогда начальная потенциальная энергия системы «Земля-ядро» $E_{p0} = mgH$. Изменение потенциальной энергии $\Delta E = E_p - E_{p0} = 0 - mgH = -mgH =$

$= -5 \cdot 9{,}8 \cdot 10 = -490$ Дж.

Изменение кинетической энергии найдем из закона об изменении механической энергии, записав его в виде: $\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = A_{пр}$.

Так как в данной задаче мы пренебрегаем сопротивлением воздуха, то работа непотенциальных сил $A_{пр} = 0$. Поэтому изменение кинетической и потенциальной энергии связаны соотношением $\Delta E_k = -\Delta E_p = 490$ Дж.

Скорость ядра на высоте h найдем, воспользовавшись законом сохранения механической энергии: $\frac{mv^2}{2} + mgH = 0 + mgH$, откуда:

$v = \sqrt{2g(H-h)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot (10-5)} = 9{,}9$ м/с.

Ответ: $\Delta E_p = -490$ Дж; $\Delta E_k = 490$ Дж; $v = 9{,}9$ м/с.

§36. Абсолютно неупругое и абсолютно упругое столкновения

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Абсолютно неупругим ударом называется удар, при котором после соударения тела движутся как одно целое. Примером может служить столкновение двух пластилиновых шариков.
2. Абсолютно упругим ударом называется удар, при котором после соударения тела разлетаются без изменения формы и объема. Примером может служить столкновение двух стальных шаров.
3. Суммарная кинетическая энергия шаров в результате абсолютно неупругого удара уменьшается, потому что часть их кинетической энергии расходуется на деформацию тел.
4. Пусть массы шаров равны m_1 и m_2, а скорость первого тела v.

   При абсолютно неупругом ударе:

   $$m_1 v = (m_1 + m_2)v', \text{ откуда } v' = v \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

   При абсолютно упругом ударе:

   $$\begin{cases} m_1 v = m_1 v' + m_2 v'' \\ \frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 v'^2}{2} + \frac{m_1 v''^2}{2} \end{cases}, \text{ откуда } v'' = v \cdot \frac{2m_1}{m_1 + m_2}.$$

   При абсолютно упругом ударе скорость, приобретенная покоящимся шаром, больше, чем при абсолютно неупругом.
5. Это следует из законов сохранения энергии и импульса.

ЗАДАЧИ

1. Воспользуемся формулой из учебника, которая определяет часть кинетической энергии грузовика, которая расходуется на деформацию грузовика: $\gamma = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$, где m_1 – масса грузовика, m_2 – масса легкового автомобиля. Применительно к нашему вопросу m_1 – масса молотка, а m_2 – масса наковальни – постоянная величина. Перепишем выражение для γ так: $\gamma = \frac{1}{1 + \frac{m_2}{m_1}}$. Теперь понятно, что если отношение $\frac{m_2}{m_1}$ будет меньше, то γ будет больше. Таким образом, тяжелый молоток при ковке теряет большую часть своей кинетической энергии, чем легкий молоток.

2. В случае абсолютно неупругого удара одинаковых шаров скорость $v_{н.у.}$ их совместного движения определяется законом сохранения импульса: $mv_0 = mv_{н.у.} + mv_{н.у.}$, откуда $v_{н.у.} = \frac{v_0}{2}$, где v_0 – скорость налетающего шара. После абсолютно упругого удара скорость первоначально покоящегося шара равна скорости налетающего шара: $v_у = v_0$. Тогда искомое соотношение скоростей равно $\frac{v_у}{v_{н.у.}} = \frac{v_0}{\frac{v_0}{2}} = 2$.

3.

Дано:	Решение:
m_e, m_a	Законы сохранения импульса и энергии для абсолютно упругого соударения электрона с первоначально неподвижным атомом:
$\frac{\Delta E_k}{E_{k0}}$ – ?	$m_e v_0 = m_e v_{1x} + m_a v_{2x}$ и $\frac{m_e v_0^2}{2} = \frac{m_e v_{1x}^2}{2} + \frac{m_a v_{2x}^2}{2}$, где v_0 – начальная скорость электрона, v_{1x} – проекция его конечной скорости, v_{2x} – проекция конечной скорости атома.

Из этой системы уравнений найдем v_{1x}. Перепишем уравнения в виде $\begin{cases} m_e(v_0 - v_{1x}) = m_a v_{2x} \\ m_e(v_0^2 - v_{1x}^2) = m_e v_{2x}^2 \end{cases}$.

Разделив второе уравнение на первое, получим $v_0 + v_{1x} = v_{2x}$. Приходим к системе линейных уравнений $\begin{cases} m_e v_0 = m_e v_{1x} + m_a v_{2x} \\ v_0 + v_{1x} = v_{2x} \end{cases}$, из которой

$$v_{1x} = \frac{v_0(m_e - m_a)}{m_e + m_a}.$$

Зная конечную скорость электрона, найдем долю кинетической энергии, теряемую им при соударении: $\dfrac{\Delta E_k}{E_{k0}} = \dfrac{\dfrac{m_e v_0^2}{2} - \dfrac{m_e v_0^2 (m_e - m_a)^2}{2(m_e + m_a)^2}}{\dfrac{m_e v_0^2}{2}} =$

$$= 1 - \frac{(m_e - m_a)^2}{(m_e + m_a)^2} = \frac{4 m_e m_a}{(m_e + m_a)^2}.$$

Воспользовавшись условием $m_e \ll m_a$, получим

$$\frac{\Delta E_k}{E_{k0}} \approx \frac{4 m_e m_a}{m_a^2} = \frac{4 m_e}{m_a}.$$

Ответ: $\dfrac{\Delta E_k}{E_{k0}} \approx \dfrac{4 m_e}{m_a}$.

4.

Дано:
m_1, m_2

$\dfrac{E_{k1}}{E_{k2}}$ – ?

Решение:

Пусть E – энергия, которая высвобождается при делении неподвижного ядра. Эта энергия передается продуктам деления – частицам с массой m_1 и m_2.

Обозначим скорости частиц v_1 и v_2 и запишем законы сохранения энергии и импульса:

$$\begin{cases} 0 = m_1v_1 - m_2v_2 \\ E = \dfrac{m_1v_1^2}{2} + \dfrac{m_2v_2^2}{2} \end{cases}$$. Решая эту систему, получим

$v_1^2 = \dfrac{2E}{m_1\left(1+\dfrac{m_1}{m_2}\right)}$ и $v_2^2 = \dfrac{2E}{m_2\left(1+\dfrac{m_2}{m_1}\right)}$. Тогда кинетическая энергия первой частицы будет равна $E_{k1} = \dfrac{m_1v_1^2}{2} = \dfrac{E}{1+\dfrac{m_1}{m_2}}$, а второй – $E_{k2} = \dfrac{E}{1+\dfrac{m_2}{m_1}}$.

Отношение кинетических энергий частиц $\dfrac{E_{k1}}{E_{k2}} = \dfrac{E}{1+\dfrac{m_1}{m_2}} \cdot \dfrac{1+\dfrac{m_2}{m_1}}{E} = \dfrac{m_2}{m_1}$ обратно пропорционально массам частиц, что и требовалось доказать.

Ответ: $\dfrac{E_{k1}}{E_{k2}} = \dfrac{m_2}{m_1}$.

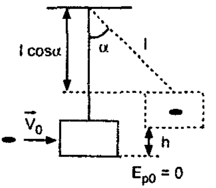
5.

Дано:
$m = 9$ г
$M = 2$ кг
$v_0 = 600$ м/с
$l = 2$ м

$\dfrac{\Delta E_k}{E_{k0}}$, α – ?

Решение:

Для нахождения скорости v совместного движения пули и ящика после их неупругого столкновения воспользуемся законом сохранения импульса: $mv_0 = (M+m)v$,



откуда $v = \dfrac{mv_0}{M+m}$.

Доля энергии, израсходованной на деформацию ящика, равна: $\dfrac{\Delta E_k}{E_{k0}} = \dfrac{\dfrac{mv_0^2}{2} - \dfrac{(M+m)v^2}{2}}{\dfrac{mv_0^2}{2}} =$

$$=1-\frac{(M+m)v^2}{mv_0^{\ 2}}=1-\frac{m}{M+m}=\frac{M}{M+m}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$\frac{\Delta E_k}{E_{k0}}=\frac{2000}{2000+9}=0,996$, т. е. доля энергии, израсходованной на деформацию ящика, составляет 99,6%.

После того, как пуля застряла в ящике, механическая энергия системы «Земля-ящик-пуля» будет сохраняться. В момент максимального отклонения веревки скорость ящика (с пулей внутри) будет равна нулю.

Согласно закону сохранения механической энергии $\frac{(M+m)v^2}{2}=(M+m)gh$, где h – максимальная высота подъема ящика. Найдем эту высоту: $h=\frac{v^2}{2g}=\frac{m^2v_0^{\ 2}}{2g(M+m)^2}$. Из рисунка видно, что $\cos\alpha=\frac{l-h}{l}=1-\frac{h}{l}$ (высотой ящика пренебрегаем).

Значит, искомый угол отклонения нити $\alpha=\arccos\left(1-\frac{h}{l}\right)=\arccos\left(1-\frac{m^2v_0^{\ 2}}{2gl(M+m)^2}\right)\approx 35,5°$.

<u>Ответ</u>: $\frac{\Delta E_k}{E_{k0}}=\frac{M}{M+m}$; $\alpha\approx 35,5°$.

5 Динамика периодического движения

§37. Движение тел в гравитационном поле

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Первая космическая скорость – это минимальная скорость, которую необходимо сообщить телу для того, чтобы оно стало искусственным спутником Земли: $v_{\text{I}} = \sqrt{gR_{\oplus}}$.

Вторая космическая скорость – это минимальная скорость, которую необходимо сообщить телу для преодоления земного притяжения: $v_{\text{II}} = \sqrt{2gR_{\oplus}}$.

2. Перигей – минимальное расстояние от центра эллиптической орбиты до точек эллипса.

Апогей – максимальное расстояние от центра эллиптической орбиты до точек эллипса.

3. В этих случаях тело движется по следующим траекториям:

1) парабола;
2) окружность;
3) эллипс;
4) парабола;
5) гипербола.

4. Взаимное притяжение стягивает все тела друг к другу, а препятствует этому объединению наличие у тел скоростей.

5. Луна является спутником Земли, а не самостоятельной планетой Солнечной системы, так как Солнце сообщает Земле и Луне примерно равные ускорения. Считая расстояния от Солнца до Земли и от Солнца до Луны примерно равными $R_{\text{СЗ}} \approx R_{\text{СЛ}} = R$, находим по второму закону Ньютона:

$$M_{\text{З}}a_{\text{З}} \approx G \cdot \frac{M_{\text{С}}M_{\text{З}}}{R^2};\ M_{\text{Л}}a_{\text{Л}} \approx G \cdot \frac{M_{\text{С}}M_{\text{Л}}}{R^2}.\ \text{Отсюда}\ \frac{a_{\text{З}}}{a_{\text{Л}}} \approx 1.$$

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$R = 6400$ км $H \ll R$	На малой высоте спутник летит с первой космической (круговой) скоростью $v_1 = \sqrt{gR}$. За один оборот спутник пролетает расстояние, равное длине окружности $2\pi R$.
$T - ?$	Период обращения $T = \dfrac{2\pi R}{v_1} = \dfrac{2\pi R}{\sqrt{gR}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$.

Подставим числовые значения:

$$T = 2 \cdot 3{,}14\sqrt{\frac{6{,}4 \cdot 10^6}{9{,}8}} \approx 5075 \text{ с} = 1 \text{ ч } 25 \text{ мин}.$$

Ответ: $T = 1$ ч 25 мин.

2.

Дано:	Решение:
T	Воспользуемся ответом к задаче № 1 и формулой для гравитационного ускорения g:
$\rho - ?$	

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{G \cdot \dfrac{M}{R^2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}.$$

Плотность планеты $\rho = \dfrac{M}{V} = \dfrac{M}{\dfrac{4}{3}\pi R^3}$. Тогда

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R^3}{\dfrac{4}{3}\pi\rho G R^3}} = \sqrt{\dfrac{3\pi}{\rho G}}$, а искомая плотность

$$\rho = \frac{3\pi}{GT^2}.$$

Ответ: $\rho = \dfrac{3\pi}{GT^2}$.

3.

Дано:
R_1, R_2, T_1

$T_2 - ?$

Решение:

Скорость движения планет вокруг звезды можно найти, используя второй закон Ньютона: $\frac{mv^2}{R} = G \cdot \frac{mM}{R^2}$, где m – масса планеты, а M – масса звезды. Отсюда $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, а период обращения $T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$.

Период обращения для двух планет равен $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{R_1^3}{GM}}$ и $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{R_2^3}{GM}}$. Отношение периодов: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{R_1^3}{GM}}}{2\pi\sqrt{\frac{R_2^3}{GM}}} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{\frac{3}{2}}$, откуда период обращения второй планеты равен $T_2 = T_1\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{\frac{3}{2}}$.

Ответ: $T_2 = T_1\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{\frac{3}{2}}$.

4.

Дано:
$M_П = 2M_З$
$R_П = 2R_З$

$v_{IП} - ?$

Решение:

Первая космическая скорость для Земли:

$v_{IЗ} = \sqrt{g_З R_З} = \sqrt{\frac{GM_З}{R_З^2} \cdot R_З} = \sqrt{\frac{GM_З}{R_З}}$. Аналогично найдем первую космическую скорость для планеты: $v_{IП} = \sqrt{\frac{GM_П}{R_П}} = \sqrt{\frac{G2M_З}{2R_З}} = \sqrt{\frac{GM_З}{R_З}} = v_{IЗ} = 7{,}9$ км/с.

Ответ: $v_{IП} = v_{IЗ} = 7{,}9$ км/с.

5.

Дано:
$R_П = R_З$
$\rho_П = 4\rho_З$
$v_{IIП} - ?$

Решение:
Воспользуемся формулой для второй космической скорости и формулой для гравитационного ускорения. Тогда для Земли получим:

$$v_{II} = \sqrt{2g_З R_З} = \sqrt{2 \cdot \frac{GM_З}{R_З^2} \cdot R_З} = \sqrt{2 \cdot \frac{GM_З}{R_З}}.$$

Так как масса Земли $M_З = \frac{4}{3}\pi R_З^3 \rho$, то получим

$$v_{IIЗ} = \sqrt{\frac{8\pi R_З^2 \rho_З G}{3}}.$$

Вторую космическую скорость для планеты получим аналогично: $v_{IIП} = \sqrt{\frac{8\pi R_П^2 \rho_П G}{3}}$.

Составим отношение: $\frac{v_{IIП}}{v_{IIЗ}} = \frac{\sqrt{\frac{8\pi R_П^2 \rho_П G}{3}}}{\sqrt{\frac{8\pi R_З^2 \rho_З G}{3}}} = \sqrt{\frac{R_П^3 \rho_П}{R_З^3 \rho_З}}$.

Так как по условию $R_П = R_З$, а $\rho_П = 4\rho_З$, то

$\frac{v_{IIП}}{v_{IIЗ}} = 2$, т. е. $v_{IIП} = 2v_{IIЗ} = 22{,}4$ км/с.

Ответ: $v_{IIП} = 2v_{IIЗ} = 22{,}4$ км/с.

§38. Динамика свободных колебаний

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Вынужденными называют колебания, происходящие под действием внешней периодической силы. Примером может служить периодическое раскачивание качелей.
2. Свободными называют колебания, происходящие под действием внутренних сил в системе, выведенной из положения равновесия и предоставленной самой себе. Примером может служить движение математического маятника.

3. Период колебаний – это минимальный интервал времени, в течение которого происходит одно полное колебание.
Амплитуда колебаний – это максимальное отклонение колеблющейся величины от положения равновесия.
4. Период колебаний пружинного маятника пропорционален $\sqrt{m}$ и обратно пропорционален $\sqrt{k}$.
5. Полная механическая энергия гармонических колебаний пропорциональна квадрату амплитуды.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$m, 2m$	Невесомость не влияет на процесс колебаний пружинного маятника. Период колебаний первого маятника $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, второго – $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$.
$\frac{T_2}{T_1}$ – ?	Очевидно, что $\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \sqrt{2}$.
	Ответ: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{2}$.

2.

Дано:	Решение:
v_0, ω_0	Полная механическая энергия гармонических колебаний пружинного маятника $E=\frac{kA^2}{2}$, где k – жесткость пружины, а A – амплитуда колебаний, т. е. максимальное отклонение маятника от положения равновесия.
A – ?	С другой стороны, $E = E_{kmax} = \frac{mv_0^{\ 2}}{2}$, где v_0 – максимальная скорость маятника.
	Тогда $\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_0^{\ 2}}{2}$, откуда $A = v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Циклическая частота собственных гармонических колебаний пружинного маятника $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, следовательно $A = \frac{v_0}{\omega}$.

Ответ: $A = \frac{v_0}{\omega}$.

3.

Дано:
$m = 10$ г
$x = 0,4\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$

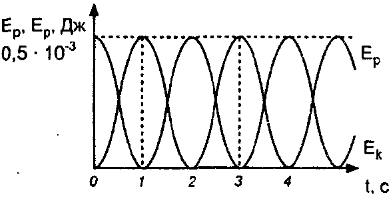
$k, \omega_e, E - ?$

Решение:
Циклическая частота колебаний этого маятника $\omega_0 = \frac{\pi}{4}$. По определению, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, следовательно, $\frac{\pi}{4} = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Отсюда выразим жесткость пружины $k = \frac{\pi^2 m}{16} = \frac{3,14^2 \cdot 0,01}{16} \approx 6,2 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

Полная энергия колебаний $E = \frac{kA^2}{2}$. Амплитуда колебаний $A = 0,4$ м, следовательно:
$E = \frac{6,2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,4^2}{2} = 0,5 \cdot 10^{-3}$ Дж $= 0,5$ мДж. Потенциальная энергия маятника $E_p = \frac{kx^2}{2}$. В нашем случае: $E_p = \frac{\pi^2 m}{16} \cdot \frac{0,4^2 \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)}{2} \approx 0,5 \cdot 10^{-3} \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$.
Запишем это выражение в виде $E_p = 0,25 \cdot 10^{-3}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right)$.

Сумма кинетической и потенциальной энергии маятника $E_p + E_k = E$ – постоянная величина, поэтому $E_k = E - E_p = 0,5 \cdot 10^{-3} - 0,25 \cdot 10^{-3}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right) =$

$$= 0,25 \cdot 10^{-3}\left(1+\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right).$$



Графики зависимостей кинетической и потенциальной энергии маятника во времени.

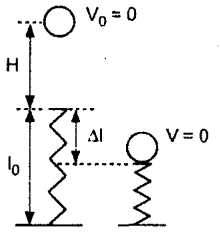
Ответ: $k \approx 6,2 \cdot 10^{-3}$ Н/м; $E = 0,5$ мДж.

4.

Дано:
$m, H, \Delta l$

$k - ?$

Решение:



На рисунке изображены положения пружины и шарика в начальный момент времени и в момент максимального сжатия пружины, когда скорость шарика равна нулю. Так как непотенциальные силы отсутствуют, воспользуемся законом сохранения механической энергии: $E_p + E_k = E_{p0} + E_{k0}$.

Кинетическая энергия шарика в указанных положениях $E_k = E_{k0} = 0$. Потенциальная энергия складывается из энергий шарика в гравитационном поле Земли и энергии упругодеформированной пружины.

Для указанных состояний $E_{p0} = mg(l_0 + H)$,

а $E_p = mg(H + l_0 - \Delta l) + \dfrac{k(\Delta l)^2}{2}$.

Тогда закон сохранения энергии примет вид $mg(H + l_0 - \Delta l) + \dfrac{k(\Delta l)^2}{2} = mg(H + l_0)$, откуда искомая жесткость пружины $k = \dfrac{2mg}{(\Delta l)^2} \cdot (H + \Delta l)$.

Ответ: $k = \dfrac{2mg}{(\Delta l)^2} \cdot (H + \Delta l)$.

5.

Дано:

$T, a, x = \dfrac{a}{2}$

$v - ?$

Решение:

В данной задаче a – амплитуда колебаний, а $x = \dfrac{a}{2}$ – координата, в которой необходимо найти скорость маятника. По закону сохранения механической энергии пружинного маятника $\dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{kx^2}{2} = \dfrac{ka^2}{2}$. Подставим $x = \dfrac{a}{2}$, тогда $mv^2 + \dfrac{ka^2}{4} = ka^2$, откуда скорость равна $v = \sqrt{\dfrac{3ka^2}{4m}} = \dfrac{a}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}} \cdot \sqrt{3}$. Период колебаний пружинного маятника $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$, откуда $\sqrt{\dfrac{m}{k}} = \dfrac{2\pi}{T}$.

Тогда скорость маятника равна $v = \sqrt{3} \cdot \dfrac{a}{2} \cdot \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\pi a\sqrt{3}}{T}$.

Ответ: $v = \sqrt{3} \cdot \dfrac{a}{2} \cdot \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\pi a\sqrt{3}}{T}$.

§39. Колебательная система под действием внешних сил

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Затухающие колебания – это колебания, амплитуда которых уменьшается с течением времени под действием внешних сил. Примером может служить физический маятник, чьи колебания затухают под действием силы сопротивления воздуха.

2. В механических часах пружина играет роль источника энергии.
3. Апериодическим называют движение, возникающее при больших силах сопротивления, при которых колеблющееся тело теряет энергию и не проходит через положение равновесия. Примером может служить амортизатор в машине.
4. Апериодическое движение возникает при условии, что энергия колеблющейся системы не может компенсировать потери энергии на сопротивление воздуха или трение.
5. Статическое смещение – это смещение положения равновесия под действием постоянной внешней силы. Характеристики свободных колебаний при статическом смещении не изменяются.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$k = 245$ Н/м
$m = 0{,}5$ кг

X_0 – ?

Решение:
На груз действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{упр}$. При статическом смещении $mg = F_{упр}$. Так как по закону Гука $F_{упр} = kx_0$, то $mg = kx_0$, откуда растяжение пружины $x_0 = \dfrac{mg}{k} = \dfrac{0{,}5 \cdot 9{,}8}{245} = 0{,}02$ м $= 2$ см.

Ответ: $x_0 = 2$ см.

2.

Дано:
$m = 2$ кг
$x_0 = 2$ см

k, T – ?

Решение:
Воспользуемся формулой из предыдущей задачи: $mg = kx_0$. Отсюда жесткость пружины

$$k = \frac{mg}{x_0} = \frac{2 \cdot 9{,}8}{0{,}02} = 980 \text{ Н/м}.$$

Период собственных колебаний массы картофеля найдем по формуле $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$. Из соотношения $mg = kx_0$ выразим отношение $\dfrac{m}{k} = \dfrac{x_0}{g}$, Тогда $T = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}} = 2\cdot 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}02}{9{,}8}} \approx 0{,}28$ с.

<u>Ответ</u>: $k = 980$ Н/м; $T \approx 0{,}28$ с.

3.

<u>Дано</u>:
$T = 0{,}4$ с

$x_0 - ?$

<u>Решение</u>:
Воспользуемся формулой из предыдущей задачи для периода гармонических колебаний: $T = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}}$. Отсюда растяжение пружины в отсутствии колебаний $x_0 = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{0{,}4^2\cdot 9{,}8}{4\cdot 3{,}14^2} = 0{,}04$ м $= 4$ см.

<u>Ответ</u>: $x_0 = 4$ см.

4.

<u>Дано</u>:
$x = 0{,}04\cos^2 \pi t$

$x_0, A, T - ?$

<u>Решение</u>:
Запишем закон изменения координаты маятника в виде: $x = 0{,}04\cdot\frac{1+\cos(2\pi t)}{2} = 0{,}02(1+\cos(2\pi t)) =$
$= 0{,}02 + 0{,}02\cos(2\pi t)$.

Из полученного выражения следует, что статическое смещение $x_0 = 0{,}02$ м, а наибольшее отклонение от положения равновесия, т. е. амплитуда колебаний $A = 0{,}02$ м.

Циклическая частота колебаний равна $\omega_0 = 2\pi$, поэтому период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 1$ с.

<u>Ответ</u>: $x_0 = 0{,}02$ м; $A = 0{,}02$ м; $T = 1$ с.

5.

<u>Дано</u>:
$m = 1$ кг
$x = -0{,}04\sin^2 \pi t$

$x_0, A, T, \omega_0 - ?$
$v, k, F_0 - ?$

<u>Решение</u>:
Запишем закон изменения координаты в виде
$x = -0{,}04\cdot\frac{1-\cos(2\pi t)}{2} = -0{,}02 + 0{,}02\cos(2\pi t)$.

Из полученного выражения следует, что статическое смещение $x_0 = -0,02$ м, амплитуда колебаний $A = 0,02$ м.

Циклическая частота $\omega_0 = 2\pi = 6,28$ рад/с.

Период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 1$ с. Число колебаний в единицу времени $\nu = \frac{1}{T} = 1$ Гц. Циклическая частота колебаний пружинного маятника $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, откуда жесткость пружины $k = m\omega_0^2 = 1 \cdot 6,28^2 = 39,5$ Н/м.

Постоянную силу, действующую на маятник, определим по формуле

$F_0 = k|x_0| = 39,5 \cdot 0,02 = 0,79$ Н.

Ответ: $x_0 = -0,02$ м; $A = 0,02$ м; $T = 1$ с; $\nu = 1$ Гц;

$\omega_0 = 6,28$ рад/с; $k = 39,5$ Н/м; $F_0 = 0,79$ Н.

§40. Вынужденные колебания. Резонанс

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Безразличным называется такое равновесие, при котором все соседние с данным положения равновесия также являются положениями равновесия.
2. Невозможны, поскольку основным условием существования свободных колебаний является наличие положения устойчивого равновесия.
3. Возможны.
4. Резонанс – это явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты внешней силы с частотой собственных колебаний системы.

   Потери энергии в результате действия сил трения приводят к уменьшению полной механической энергии системы, поэтому уменьшается и их амплитуда.

5. Чтобы избежать нежелательного резонанса, необходимо изменить либо собственную частоту системы, либо частоту вынуждающей силы.

Резонанс используется в вибромашинах в горнодобывающей промышленности, а также при разработке замершего грунта.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:

$m = 0,1$ кг

$F = 0,25\cos 5t$

$a_x, a_0, A - ?$

Решение:

Согласно второму закону Ньютона, ускорение тела (точнее его проекция на ось X):

$$a_x = \frac{F}{m} = \frac{0,25\cos 5t}{0,1} = 2,5\cos 5t \text{ м/с}^2.$$

Амплитуда ускорения (сомножитель перед косинусом) $a_0 = 2,5$ м/с^2. Амплитуда вынужденных колебаний шара $A = \frac{F_0}{m\omega^2} = \frac{0,25}{0,1\cdot 5^2} = 0,1$ м.

Ответ: $a_x = 2,5\cos 5t$ м/с^2; $a_0 = 2,5$ м/с^2; $A = 0,1$ м.

2.

Дано:

$m = 0,1$ кг

$F = 0,25\cos 5t$

$A = 5x_0$

$k - ?$

Решение:

В состоянии безразличного равновесия $F_0 = ma_0 = m\omega^2 x_0$. Отсюда $x_0 = \frac{F_0}{m\omega^2}$, где $F_0 = 0,25$ Н, а $\omega = 5$ рад/с.

В случае резонанса $A = 5x_0$, т. е.

$$\frac{F_0}{m\left|\omega_0^2 - \omega^2\right|} = \frac{5F_0}{m\omega^2}. \text{ Отсюда } \omega_0^2 = \frac{6\omega^2}{5}.$$

Так как собственная частота $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, то искомая жесткость пружины:

$$k = \frac{6m\omega^2}{5} = \frac{6\cdot 0,1\cdot 5^2}{5} = 3 \text{ Н/м}.$$

Ответ: $k = 3$ Н/м.

3.

Дано:

$a_x = -0{,}8\cos 4t$

$A - ?$

Решение:

Амплитуда ускорения $a_0 = 0{,}8$ м/с^2. Выразим амплитуду вынуждающей силы: $F_0 = ma_0 = 0{,}8m$, где m – масса маятника.

По определению, амплитуда вынужденных колебаний маятника

$$A = \frac{F_0}{m\omega^2} = \frac{0{,}8m}{m\omega^2} = \frac{0{,}8}{4^2} = 0{,}05 \text{ м.}$$

Ответ: $A = 0{,}05$ м.

4.

Дано:

$F_1 = 0{,}5\cos 1{,}9t$

$F_2 = 0{,}5\cos 1{,}95t$

$\omega_0 = 114{,}6$ град/с

$k = 50$ Н/м

$A_1, A_2 - ?$

Решение:

Воспользуемся формулой для амплитуды вынужденных колебаний маятника: $A = \dfrac{F_0}{\left|m(\omega_0{}^2 - \omega^2)\right|}$. Массу маятника найдем, используя формулу для циклической частоты собственных колебаний маятника: $m = \dfrac{k}{\omega_0{}^2}$. Тогда $A = \omega_0{}^2 \cdot \dfrac{F_0}{\left|k(\omega_0{}^2 - \omega^2)\right|}$.

Подставляя численные значения, найдем:

$A_1 = 2^2 \cdot \dfrac{0{,}5}{\left|50(2^2 - 1{,}9^2)\right|} \approx 0{,}1$ м. Аналогично: $A_2 \approx 0{,}2$ м.

Ответ: $A_1 \approx 0{,}1$ м; $A_2 \approx 0{,}2$ м.

5.

Дано:

$F_0, \dfrac{A}{x_0} = 10$

$\dfrac{|\omega - \omega_0|}{\omega_0} \cdot 100\% - ?$

Решение:

Статическое смещение $x_0 = \dfrac{F_0}{k}$.

Амплитуда вынужденных колебаний $A = \dfrac{F_0}{m\left|\omega_0{}^2 - \omega^2\right|}$. Массу маятника найдем, используя формулу $m = \dfrac{k}{\omega_0^2}$.

Тогда $A = \dfrac{\omega_0^2 F_0}{k\left|\omega_0^2 - \omega^2\right|}$.

По условию задачи $A = 10x_0$, т. е. $\dfrac{\omega_0^2 F_0}{k\left|\omega_0^2 - \omega^2\right|} = \dfrac{10x_0}{k}$. Отсюда $1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} = \dfrac{1}{10}$ и частота вынуждающей силы $\omega = \omega_0\sqrt{\dfrac{9}{10}}$.

Теперь найдем искомую величину: $\dfrac{|\omega - \omega_0|}{\omega_0} \cdot 100\% = \left(1 - \sqrt{\dfrac{9}{10}}\right) \cdot 100\% \approx 5{,}1\%$.

<u>Ответ</u>: $\dfrac{|\omega - \omega_0|}{\omega_0} \cdot 100\% \approx 5{,}1\%$.

6 Релятивистская механика

§41. Постулаты специальной теории относительности

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Эксперимент показал, что движение Земли не влияет на скорость распространения света.
2. Согласно классическому закону сложения скоростей, скорость света зависит от выбора системы отсчета. Эксперимент же Майкельсона-Морли доказал, что скорость света этому закону не подчиняется.
3. Специальная теория относительности (СТО) рассматривает физические явления, происходящие в инерциальных системах отсчета. Общая теория относительности (ОТО) рассматривает физические явления, происходящие в неинерциальных (ускоренно движущихся друг относительно друга) системах отсчета.
4. Все физические явления в любых инерциальных системах отсчета при одних и тех же условиях протекают одинаково. Скорость света в вакууме одинакова во всех ИСО, то есть не зависит ни от скорости источника, ни от направления движения.
5. Если бы какие-либо сигналы передавались со скоростью, большей скорости света, то мы могли бы получить информацию из черной дыры. Но так как этого не происходит, можно считать существование черных дыр подтверждением наличия верхнего предела скорости.

   Радиусом Шварцшильда $R_Ш$ называется критический радиус черной дыры, соответствующий скорости света: $R_Ш = \dfrac{2GM}{c^2}$, где G – гравитационная постоянная, M – масса черной дыры, c – скорость света.

   Горизонт событий – это поверхность черной дыры, радиусом $R_Ш$.

§42. Относительность времени

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Поскольку скорость распространения сигналов, несущих информацию об окружающем мире, конечна, то сосуществование событий в нашем чувственном восприятии не означает их одновременности.
2. Скорость света конечна, поэтому мы видим свет звезд, испущенный в прошлом, то есть мы как бы заглядываем в прошлое.
3. Пусть в центре ракеты, движущейся с некоторой скоростью, излучается световой сигнал. Для наблюдателя в ракете свет достигает ее противоположных стен одновременно. Для неподвижного наблюдателя вне ракеты эти события одновременны не будут, так как свет достигнет одной из стен раньше, чем другой.
4. Порядок следования событий будет неопределенным, если они разделены временным интервалом, большим, чем необходим для прохождения света расстояния между ними.
5. Если события разделены временным интервалом, большим, чем необходим для прохождения света расстояния между ними, порядок следования событий будет неопределенным и зависящим от положения наблюдателя.

§43. Замедление времени

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Собственным называется время, измеряемое наблюдателем, движущимся вместе с часами.
2. Эффект замедления времени обусловлен свойствами самого времени.
3. Из-за свойств самого времени при движении замедляется протекание всех физических процессов. Если хотя бы один из процессов в природе не замедлялся при движении, то с помощью него можно было бы ввести абсолютную шкалу времени.
4. Суть парадокса близнецов состоит в следующем. Один из близнецов улетает к далекой звезде со скоростью, близкой к скорости света, а второй остается на Земле. Первый близнец возвращается менее постаревшим, чем второй.

В системе отсчета, связанной с первым близнецом, второй близнец движется относительно него в противоположном направлении, и должен постареть меньше. Разрешается этот парадокс потому, что для описанных процессов СТО неприменима, так как система, связанная с первым близнецом, не является инерциальной (ее скорость изменяется на противоположную). Главный вывод из парадокса близнецов состоит в том, что он показывает границы применимости СТО и необходимость применения ОТО.

5. Эксперимент по исследованию замедления времени, проведенный в 1971 году, состоял в следующем. Одни цезиевые часы остались на Земле, а другие были помещены на реактивный самолет. После облета Земли было обнаружено, что часы, находившиеся на самолете, отстают на 200 нс.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:

$v = 2,6 \cdot 10^8$

$\frac{t}{t'} - ?$

Решение:

Воспользуемся формулой $t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Здесь t – время по часам неподвижного наблюдателя находящегося на Земле; t' – время в системе отсчета, связанной с ракетой, v – скорость ракеты, c – скорость света.

Тогда искомое отношение будет выглядеть так:

$$\frac{t}{t'} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(2,6 \cdot 10^8)^2}{(3 \cdot 10^8)^2}}} = 2.$$

Ответ: Таким образом, время замедляется в 2 раза.

2.

Дано:

$v_1 = 7900$ м/с

$t = 1$ год

Δt

Решение:

Вокруг Земли спутник движется с первой космической скоростью $v_1 = \sqrt{gR_З} = 7,9 \cdot 10^3$ м/с.

Часы на спутнике отстанут на $\Delta t = t' - t$, где

$t' = \dfrac{t}{\sqrt{1-\dfrac{v_1^2}{c^2}}}$. Тогда $\Delta t = t\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v_1^2}{c^2}}}-1\right)$. Время по земным часам $t = 365\cdot 24\cdot 3600 = 3{,}15\cdot 10^7$ с.

Подставим числовые данные: $\Delta t = 1{,}1\cdot 10^{-2} = 11$ мс.

Ответ: $\Delta t = 11$ мс.

3.

Дано:

$\dfrac{t'-t}{t}\cdot 100\% = 1\%$

$v - ?$

Решение:

Собственное время t' и время по часам неподвижного наблюдателя связаны соотношением $t' = \dfrac{t}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$. По условию задачи $\dfrac{t'-t}{t}\cdot 100\% = 1\%$.

Тогда $\left(\dfrac{t'}{t}-1\right)\cdot 100\% = 1\%$, откуда $\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = 1{,}01$ и

отношение $\dfrac{v}{c} = 0{,}141$. Искомая скорость частицы $v = 0{,}141c = 0{,}423\cdot 10^8$ м/с.

Ответ: $v = 0{,}423\cdot 10^8$ м/с.

4.

Дано:

$t' = 26$ нс

$v = 0{,}99$ с

$l - ?$

Решение:

Время по часам неподвижного наблюдателя $t = \dfrac{t'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$. Тогда искомое расстояние равно:

$$l = vt = \frac{0{,}99\cdot 3\cdot 10^8\cdot 26\cdot 10^{-9}}{\sqrt{1-\left(\dfrac{0{,}99}{c}\right)^2}} = 54{,}8 \text{ м}.$$

Ответ: $l = 54{,}8$ м.

5.

Дано:
$t' = 2$ года

$v - ?$

Решение:
Время, прошедшее на Земле за время полета сестры, $t = \dfrac{t'}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$.

По условию задачи возраст возвратившейся сестры и оставшегося на Земле брата станет одинаковым. Тогда $18 + t' = 14 + \dfrac{t'}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$. Отсюда находим: $\dfrac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\dfrac{t'}{4 + t'}\right)^2 = 1 - \left(\dfrac{2}{4 + 2}\right)^2 \approx 0{,}89$.

Тогда искомая скорость $v = c\sqrt{0{,}89} = 0{,}94c$.

Ответ: $v = 0{,}94c$.

§44. Релятивистский закон сложения скоростей

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Согласно преобразованиям Галилея и классическому закону сложения скоростей, если скорость меньше скорости света в одной системе отсчета, она может быть больше в другой, движущейся относительно нее. Это противоречит тому, что скорость света есть максимальная скорость распространения взаимодействий.
2. При переходе из системы X в систему X' релятивистский закон сложения скоростей имеет вид: $v_x = \dfrac{v'_x + v}{1 + \dfrac{v'_x v}{c^2}}$, где v_x – скорость тела в системе X, v'_x – скорость тела в системе X', v – скорость системы X' относительно системы X, c – скорость света.
3. Классический закон сложения скоростей применим при скоростях, много меньших скорости света.

4. Пусть в системе отсчета X', движущейся относительно X со скоростью v, испущен световой сигнал. Тогда скорость светового сигнала в системе X равна: $v_x = \dfrac{c+v}{1+\dfrac{cv}{c^2}} = c\cdot\dfrac{c+v}{c+v} = c$, что согласуется со вторым постулатом теории относительности (о постоянстве скорости света).

5. Согласно релятивистскому закону сложения скоростей, скорость света не зависит от выбора системы отсчета, что подтверждает эксперимент Майкельсона-Морли.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$v = 0,5c$	Согласно классической теории скорость первого объекта относительно второго $\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$, при этом $\vec{v}_1 = \vec{v}$ и $\vec{v}_2 = -\vec{v}$, тогда $\vec{v}_{12} = \vec{v} - (-\vec{v}) = 2\vec{v}$.
$v_{12} - ?$	Модуль относительной скорости: $v_{12} = 2v = 2\cdot 0,5c = c$.
	Воспользуемся формулой для релятивистского сложения скоростей: $v_x = \dfrac{v_{x'} + v}{1 + v_{x'}\cdot\dfrac{v}{c^2}}$. В нашем случае $v_{x'} = 0,5c$; $v = 0,5c$. Тогда скорость сближения ракет $v_{12} = \dfrac{0,5c + 0,5c}{1 + \dfrac{0,5c\cdot 0,5c}{c^2}} = 0,8c$.
	Ответ: c; $0,8c$.

2.

Дано:	Решение:
$v_{x'} = 0,9c$	Воспользуемся релятивистским законом сложения скоростей: $v_x = \dfrac{v_{x'} + v}{1 + \dfrac{v_{x'}\cdot v}{c^2}}$. В нашем случае
$v_x - ?$	

$v_{x'} = 0{,}9c$; $v = c$. Тогда $v_x = \dfrac{0{,}9c + c}{1 + \dfrac{0{,}9c \cdot c}{c}} = c$.

Мы еще раз доказали, что скорость света не зависит от скорости движения источников света!

Ответ: $v_x = c$.

3.

Дано:
$V = 0{,}75c$

$V_x - ?$

Решение:
Воспользуемся релятивистским законом сложения скоростей: $v_x = \dfrac{v_{x'} + v}{1 + \dfrac{v_{x'} \cdot v}{c^2}}$. В нашем случае $v_{x'} = 0{,}75c$; $v = 0{,}75c$. Тогда $v_x = \dfrac{0{,}75c + 0{,}75c}{1 + \dfrac{0{,}75c \cdot 0{,}75c}{c^2}} = 0{,}96c$.

Ответ: $v = 0{,}96c$

4.

Дано:
$v_{x'} = c$
$v = c$

$v_x - ?$

Решение:
Воспользуемся релятивистским законом сложения скоростей: $v_x = \dfrac{v_{x'} + v}{1 + \dfrac{v_{x'} \cdot v}{c^2}}$. В нашем случае $v_{x'} = c$ (скорость лазерного импульса в подвижной системе отсчета), $v = c$ (скорость системы отсчета).

Тогда $v_x = \dfrac{c + c}{1 + \dfrac{c \cdot c}{c^2}} = c$.

В случае классического закона сложения скоростей $v_x = v_{x'} + v = c + c = 2c$. Однако, этот результат противоречит опытным данным.

Ответ: $v_x = c$; $v_x = 2c$.

5.

Дано:	Решение:
$v = 0{,}8c$ $v_x = 0{,}976c$	Воспользуемся релятивистским законом сложения скоростей: $v_x = \dfrac{v_{x'} + v}{1 + \dfrac{v_{x'} \cdot v}{c^2}}$. В нашем случае скорость подвижной системы отсчета (космического корабля) $v = 0{,}8c$, скорость ракеты относительно Земли $v_x = 0{,}976c$.
$v_{x'} - ?$	Тогда получим уравнение для скорости ракеты относительно $v_{x'}$: $\dfrac{0{,}8c + v_{x'}}{1 + \dfrac{0{,}8c \cdot v_{x'}}{c^2}} = 0{,}976c$. Откуда $v_{x'} = 0{,}8c$. Ответ: $v_{x'} = 0{,}8c$.

§45. Взаимосвязь массы и энергии

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Масса покоя тела – это масса тела в системе отсчета, относительно которой оно находится в состоянии покоя.
2. Конечность массы фотона подтверждает эксперимент по искривлению траектории света звезд под действием притяжения Солнца.
3. В классической механике масса инвариантна, не зависит от энергии, поэтому в ней два отдельных закона: закон сохранения массы и закон сохранения энергии.
4. Нагревание тела увеличивает его энергию, а, значит, и массу, которая пропорциональна энергии. В обычной жизни таких эффектов не наблюдается из-за большой величины скорости света.
5. Основные результаты, полученные СТО, сводятся к тому, что скорость света – это предельная скорость распространения взаимодействий; ход времени различен в разных ИСО (эффект замедления времени); масса и энергия взаимосвязаны.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:

$m_e = 9{,}1\cdot10^{31}$ кг

$E - ?$

Решение:

По формуле Эйнштейна, энергия покоя электрона $E = m_e c^2 = 9{,}1\cdot10^{-31}\cdot(3\cdot10^8)^2 = 8{,}2\cdot10^{-14}$ Дж.

Ответ: $E = 8{,}2\cdot10^{-14}$ Дж.

2. Воспользуемся формулой энергия покоя электрона из предыдущей задачи. Выразим ее в электрон-вольтах:

$$E_e = \frac{m_e c^2}{1{,}6\cdot10^{-19}} = \frac{8{,}2\cdot10^{-14}}{1{,}6\cdot10^{-19}} = 5{,}125\cdot10^5 \text{ эВ} \approx 0{,}512 \text{ МэВ}.$$

Аналогично для протона:

$$E_p = \frac{m_p c^2}{1{,}6\cdot10^{-19}} = \frac{1{,}673\cdot10^{-27}\cdot(3\cdot10^8)^2}{1{,}6\cdot10^{-19}} = 938{,}3 \text{ МэВ}.$$

Соответствующие массы, выраженные в МэВ:

$m_e = 0{,}512$ МэВ; $m_p = 938{,}3$ МэВ.

3.

Дано:

$E = 1083$ МэВ

$l = 1{,}49\cdot10^{11}$ м

$t - ?$

Решение:

Воспользуемся формулой зависимости массы тела от его скорости: $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, где m_0 – масса покоя, а m – масса тела, движущегося со скоростью v. Масса покоя протона $m_0 = 938{,}3$ МэВ.

Тогда $\dfrac{938{,}3}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = 1083$ МэВ. Отсюда находим скорость протона $v = 0{,}5c = 1{,}5\cdot10^8$ м/с.

Расстояние от Земли до Солнца $l = 1{,}49\cdot10^{11}$ м.

Тогда искомое время $t = \dfrac{l}{v} = \dfrac{1{,}49\cdot10^{11}}{1{,}5\cdot10^8} = 993$ с или 16 мин 33 с.

Ответ: $t = 16$ мин 33 с.

4.

Дано:	Решение:
$v_1 = 0,6c$ $v_2 = 0,8c$ $A - ?$	Массу покоя электрона возьмем из предыдущей задачи: $m_0 = 0,512$ МэВ. Тогда искомая работа равна разности масс электронов:

$$A = m_2 - m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} - \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} =$$

$$= 0,512\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{0,8c}{c}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{0,6c}{c}\right)^2}}\right) = 0,215 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $A = 0,215$ МэВ.

5.

Дано:	Решение:
$m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ кг $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ кг $E_0 = 1875,6$ МэВ $\Delta E, \Delta m - ?$	Выделяемая энергия равна разности суммы масс протона и нейтрона и энергии покоя дейтрона E_0: $\Delta E = (m_p + m_n) - E_0$.

Масса протона $m_p = 938,3$ МэВ. Массу нейтрона в МэВ найдем из пропорции:

$m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ кг – $m_p = 938,3$ МэВ

$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ кг – $m_n = x$ МэВ.

Отсюда $m_n = 939,4$ МэВ. Выделяемая при образовании дейтрона энергия:

$\Delta E = (938,3 + 939,4) - 1875,6 = 2,1$ МэВ.

Разность масс:

$$\Delta m = \frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 3,7 \cdot 10^{-30} \text{ кг}.$$

Ответ: $\Delta E = 2,1$ МэВ; $\Delta m = 3,7 \cdot 10^{-30}$ кг.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

7 Молекулярная структура вещества

§46. Масса атомов. Молярная масса

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Модель материального тела представляет собой совокупность взаимодействующих между собой и движущихся атомов (молекул).
2. Главной характеристикой химического элемента является заряд ядра.
3. Массовым числом A называют число нуклонов в ядре атома.
4. Дефектом массы называют разность суммарной массы отдельных частиц, входящих в состав атома (ядра), и полной массы атома (ядра). Этот дефект объясняется уменьшением массы ядра, которое образуется при объединении нуклонов, по сравнению с суммарной массой этих нуклонов до объединения.
5. Постоянная Авогадро – это число частиц (атомов или молекул), содержащихся в 1 моле вещества: $N_A = 6{,}022\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$M = 12$ а.е.м. $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг $\frac{m_{об}}{M}$ – ?	В атоме углерода $^{12}_{6}C$ – 6 электронов, поэтому масса электронной оболочки равна $m_{об} = 6m_e$. Зная это, можно найти их соотношение: $\frac{m_{об}}{M} = \frac{6m_e}{M} = \frac{6\cdot9{,}1\cdot10^{-31}}{1{,}992\cdot10^{-26}} \approx 2{,}74\cdot10^{-4}$. Ответ: $\frac{m_{об}}{M} \approx 2{,}74\cdot10^{-4}$.

2. После замены нейтронов протонами и протонов нейтронами определим символы полученных изотопов, их зарядовые и массовые числа:

$^{9}_{4}Be \to {}^{9}_{5}B$, $z = 5$, $A = 9$;

$^{13}_{7}N \to {}^{13}_{6}C$, $z = 6$, $A = 13$;

$^{23}_{11}Na \to {}^{23}_{12}Mg$, $z = 12$, $A = 23$

3.

Дано:

$m_\Sigma = 2{,}009 \cdot 10^{-26}$ кг

$M = 1{,}992648 \cdot 10^{-26}$ кг

$\Delta E - ?$

Решение:

Используем формулу (146) учебника:

$$\Delta E = (m_\Sigma - M) \cdot c^2 =$$

$$= (2{,}009 \cdot 10^{-26} - 1{,}992648 \cdot 10^{-26}) \cdot$$

$$\cdot (3 \cdot 10^8)^2 \approx 1{,}471 \cdot 10^{-11} \text{ Дж.}$$

Так как 1 эВ $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж, то

$$\Delta E = \frac{1{,}471 \cdot 10^{-11}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \approx 9{,}19 \cdot 10^7 \text{ эВ} = 91{,}9 \text{ МэВ.}$$

Ответ: $\Delta E = 91{,}9$ МэВ.

4.

Дано:

$m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ кг

$m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ кг

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

$M = 10{,}013$ а.е.м.

$\Delta m - ?$

Решение:

В атоме бора $^{10}_{5}B$ – 5 электронов, 5 протонов и 5 нейтронов. Дефект массы атома найдем по формуле:

$$\Delta m = 5m_p + 5m_n + 5m_e - M =$$

$$= 5(m_p + m_n + m_e) - M =$$

$$= 5 \cdot (1{,}673 \cdot 10^{-27} + 1{,}675 \cdot 10^{-27} + 9{,}1 \cdot 10^{-31}) -$$

$$- 1{,}66 \cdot 10^{-27} \cdot 10{,}013 = 1{,}245 \cdot 10^{-28} \text{ кг.}$$

Поскольку 1 а.е.м. $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг, то

$$\Delta m = \frac{1{,}245 \cdot 10^{-28}}{1{,}66 \cdot 10^{-27}} = 0{,}075 \text{ а.е.м.}$$

Ответ: $\Delta m = 0{,}075$ а.е.м.

5. Выразим массы протона и нейтрона, а также дефект массы дейтрона.

1 а.е.м. $= 1,66 \cdot 10^{-27}$ кг. Тогда 1 кг $= \dfrac{1}{1,66 \cdot 10^{-27}} \approx 6,024 \cdot 10^{26}$ а.е.м. Получаем:

1. Масса протона $m_p = 1,673 \cdot 10^{27}$ кг $=$

$= 1,673 \cdot 10^{-27} \cdot 6,024 \cdot 10^{26} \approx 1,007$ а.е.м.

2. Масса нейтрона $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ кг $=$

$= 1,675 \cdot 10^{-27} \cdot 6,024 \cdot 10^{26} \approx 1,009$ а.е.м.

3. Масса дейтрона $m_D = 3,965 \cdot 10^{-30}$ кг. Дефект массы дейтрона: $\Delta m = 3,965 \cdot 10^{-30} \cdot 6,024 \cdot 10^{26} \approx 0,002388$ а.е.м.

§47. Агрегатные состояния вещества

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Основные агрегатные состояния вещества: твердое, жидкое, газообразное, плазменное. При фазовых переходах изменяется энергия частиц вещества.

2. Вещество находится в твердом состоянии, если средняя кинетическая энергия молекул много меньше средней потенциальной энергии их притяжения.

В твердом теле частицы колеблются около положений равновесия.

3. Жидкое состояние вещества образуется, когда средняя потенциальная энергия притяжения молекул соизмерима с их средней кинетической энергией.

Упорядоченное расположение частиц в жидком веществе наблюдается в пределах нескольких слоев. Относительные положения молекул не фиксированы, и они медленно изменяют положение друг относительно друга.

4. Вещество находится в газообразном состоянии, если средняя потенциальная энергия молекул много меньше их средней кинетической энергии.

Условия идеальности газа:

1) Размеры молекул много меньше среднего расстояния между ними.
2) На расстоянии больше диаметра молекул средняя потенциальная энергия молекул много меньше их средней кинетической энергии.
3) Столкновения молекул со стенками сосуда и между собой считаются абсолютно упругими.

5. В состав плазмы входят электроны, ионы и нейтральные атомы. Примером плазмы является солнечный ветер (поток плазмы, который испускается Солнцем).

8 Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

§48. Распределение молекул идеального газа в пространстве

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Свойства разреженных газов не зависят от их состава, потому что средней потенциальной энергией взаимодействия молекул, которой определяется состав газа, можно пренебречь.
2. Невозможно экспериментально определять скорости и координаты отдельных молекул, а количество уравнений, описывающих такое движение, очень велико.
3. Газ неограниченно расширяется и занимает весь предоставленный ему объем из-за того, что средняя кинетическая энергия движения молекул много больше средней потенциальной энергии их взаимодействия.
4. Аромат духов распространяется в течение достаточно большого времени, так как молекулы газа движутся хаотически, испытывая постоянные столкновения.
5. В отсутствие внешних сил молекулы идеального газа распределены в пространстве однородно, так как движение молекул хаотично, а пространство однородно.

ЗАДАЧИ

1. Полное число микросостояний при распределении шести частиц идеального газа по двум половинкам сосуда, не разделенного перегородкой, равно $2^6 = 64$. Число способов реализации состояния найдем по формуле: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, где n – общее число частиц, k – число частиц в одной половине сосуда, а C_n^k – число таких возможных состояний. Имеем:

1. $<3|3>: C_{3+3}^{3} = C_6^3 = \dfrac{6!}{3!(6-3)!} = \dfrac{720}{6\cdot 6} = 20$;

2. $<2|4>: C_{2+4}^{2} = C_6^2 = \dfrac{6!}{2!(6-2)!} = \dfrac{720}{2\cdot 24} = 15$;

3. $<1|5>: C_{5+1}^{1} = C_6^1 = \dfrac{6!}{1!(6-1)!} = \dfrac{720}{1\cdot 120} = 6$.

2.

Дано:

$T = 24$ ч

$t - ?$

Решение:

Из предыдущей задачи известно, что полное число микросостояний при распределении шести частиц идеального газа по двум половинкам сосуда равно $2^6 = 64$. Тогда число равновесных состояний равно $\dfrac{6!}{3!\cdot 3!} = 20$. Отсюда промежуток времени равен $t = T\cdot\dfrac{20}{64} = 24\cdot\dfrac{20}{64} = 7{,}5$ ч.

Ответ: $t = 7{,}5$ ч.

3.

Дано:

$N = 10$

$\dfrac{t}{T} - ?$

Решение:

Время наблюдения прямо пропорционально полному числу микросостояний идеального газа $T \sim 2^N = 2^{10} = 1024$, а время нахождения системы в равновесном состоянии пропорционально числу состояний $\left\langle \dfrac{N}{2} \middle| \dfrac{N}{2} \right\rangle$. Отсюда

$$t \sim \frac{N!}{\frac{N}{2}!\cdot\frac{N}{2}!} = \frac{10!}{\frac{10}{2}!\cdot\frac{10}{2}!} = \frac{10!}{(5!)^2} = \frac{3628800}{14400} = 252,$$

тогда их соотношение равно: $\dfrac{t}{T} = \dfrac{252}{1024} = \dfrac{63}{256}$.

Ответ: $\dfrac{t}{T} = \dfrac{63}{256}$.

4.

Дано:
$N = 10$

$\dfrac{t_{<5|5>}}{t_{<0|10>}}$ — ?

Решение:
Пусть время пребывания системы в состояниях $<0|10>$ и $<10|0>$ равно $t_{<0|10>}$. Тогда

$$t_{<5|5>} \sim \frac{N!}{\frac{N}{2}!\cdot\frac{N}{2}!} = \frac{10!}{\frac{10}{2}!\cdot\frac{10}{2}!} = \frac{10!}{(5!)^2} = \frac{3628800}{14400} = 252,$$

а $t_{<0|10>} \sim \dfrac{N!}{0!\cdot(n-0)!} + \dfrac{N!}{N!\cdot(N-N)!} = 1+1 = 2$.

Отношение $\dfrac{t_{<5|5>}}{t_{<0|10>}} = \dfrac{252}{2} = 126$.

Ответ: $\dfrac{t_{<5|5>}}{t_{<0|10>}} = 126$.

5.

Дано:
$N = 6$

N_{max}, $\dfrac{t_{<2|2|2>}}{t_{max}}$ — ?

Решение:
Полное число микросостояний идеального газа $N_{max} = 3^N = 3^6 = 729$.

В состоянии $<2|2|2>$ число таких микросостояний равно $\dfrac{6!}{2!\cdot 2!\cdot 2!} = \dfrac{720}{2\cdot 2\cdot 2} = 90$.

Зная, что $t_{<2|2|2>} \sim 90$, а $t_{max} \sim 729$, найдем их отношение: $\dfrac{t_{<2|2|2>}}{t_{max}} = \dfrac{90}{729} = \dfrac{10}{81}$.

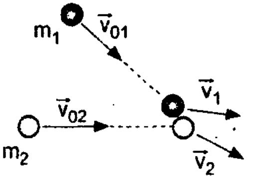
Ответ: $N_{max} = 729$; $\dfrac{t_{<2|2|2>}}{t_{max}} = \dfrac{10}{81}$.

§49. Распределение молекул идеального газа по скоростям

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. В векторном виде данный закон принимает вид:

$m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$, где $|\vec{v}_{01}| = |\vec{v}_{02}| = v$.



2. Для определения среднего значения физической величины $\bar{A}$ из эксперимента необходимо измерить ее N раз, тогда мы получим значения $A_1, A_2, ..., A_N$.

   Пусть значения A_1 получается ΔN_1 раз, A_2 – ΔN_2 раз, ..., A_i – ΔN_i раз, причем $\Delta N_1 + \Delta N_2 + ... + \Delta N_i = N$. Тогда:

$$\bar{A} = \frac{A_1\Delta N_1 + A_2\Delta N_2 + ... + A_i\Delta N_i}{N}.$$

3. Вращающиеся диски в опыте Штерна применяют для того, чтобы отсортировать молекулы по скоростям.
4. Количество частиц, приходящихся на единичный интервал скоростей, рассчитывается по формуле $\frac{\Delta N}{\Delta v} v$.
5. Скорость молекул, которой обладает наибольшее количество молекул, называется наивероятной.

ЗАДАЧИ

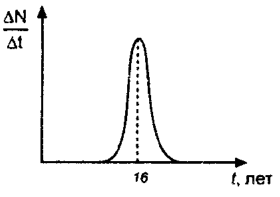
1. Для выполнения расчета среднего возраста необходимо воспользоваться формулой: $\bar{W} = \frac{W_1N_1 + W_2N_2 + ... + W_nN_n}{N}$, где $\bar{W}$ – средний возраст семьи, N_i – число входящих в возрастную группу W_i человек, $i = 1, 2, ..., n$, N – общее число человек в семье (при этом $N = N_1 + N_2 + ... + N_n$).

2.

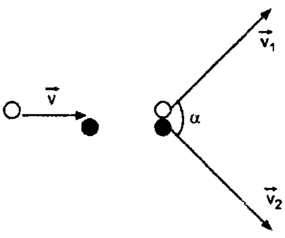
Дано:	Решение:
$v_{ср} = 450$ м/с	$\Delta v = v \cdot \dfrac{\Delta\alpha}{\alpha} = 450 \cdot \dfrac{2}{90} = 10$ м/с. Значит, скорость частиц меняется от 440 м/с до 460 м/с, т. е. $v = 450 \pm 10$ м/с.
$\alpha = 90°$	
$\Delta\alpha = 2°$	
$v - ?$	Ответ: $v = 450 \pm 10$ м/с.

3. Можно построить график зависимости числа учащихся ΔN возраста от их возраста (см. рисунок).

Максимум распределения на графике показывает наиболее вероятный возраст. Как видно из рисунка, этот возраст составляет 16 лет.



4. Пусть m – масса шаров, начальная скорость первого шара равна $\vec{v}$, а скорости шаров после соударения равны соответственно $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, α – угол разлета шаров после соударения.



По законам сохранения энергии и импульса:
$\begin{cases} m\vec{v} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 \\ \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{mv_1^{\,2}}{2} + \dfrac{mv_2^{\,2}}{2} \end{cases}$, откуда получаем $\begin{cases} \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \\ v^2 = v_1^{\,2} + v_2^{\,2} \end{cases}$.

По теореме косинусов:

$v^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos(\pi - \alpha) = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha$.

Учитывая второе уравнение системы, получаем $\cos\alpha = 0$, т. е. $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

5. При выбранном направлении молекулы, передавая свой импульс стенкам сосуда, привели бы его в движение, чего на практике не наблюдается. Следовательно, выбранного направления движения молекул газа нет.

§50. Температура

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Равновесным стационарным состоянием газа называется такое состояние, при котором количество молекул, приходящихся на заданный интервал скоростей, остается постоянным с течением времени.
2. Температура тела – это мера средней кинетической энергии хаотического поступательного движения его молекул: $\frac{3}{2}kT = \frac{m_0\overline{v^2}}{2}$.

   Единицей измерения температуры в СИ является кельвин (1 К).
3. Понятие температуры нельзя применить к одной молекуле.
4. Термодинамическая температура есть мера средней кинетической энергии поступательного движения молекул, т. е. по определению положительной величины, поэтому не может быть отрицательной.
5. Средняя квадратичная скорость молекул различных газов, составляющих воздух, различна, так как различны массы молекул.

ЗАДАЧИ

1. Перевод температуры из шкалы Цельсия (t) в шкалу Фаренгейта (T_F) происходит по формуле: $T_F = 32 + 1,8t$. Тогда получаем:

   1. Температура таяния льда по Цельсию равна $t = 0°$ C, тогда по Фаренгейту $T_F = (32 + 1,8 \cdot 0°\ C)\text{F} = 32\ \text{F}$;

2. Температура кипения воды по Цельсию равна $t = 100°$ C, тогда по Фаренгейту $T_F = (32 + 1{,}8 \cdot 100°\ C)F = 212$ F;
3. Нормальная температура тела человека равна $t = 36{,}6°$ C, тогда по Фаренгейту $T_F = (32 + 1{,}8 \cdot 36{,}6°\ C)F = 97{,}88$ F.

2. Если показания термометров по термодинамической шкале и шкале Фаренгейта равны, то, учитывая формулу перехода из одной шкалы в другую, можно составить уравнение: $t = 32 + 1{,}8t$, откуда искомая температура $t = -40°$ C.

3. Если показания термометров по шкалам Цельсия и Фаренгейта равны, то, учитывая формулы перехода из шкалы абсолютных температур в шкалу Цельсия и переход из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта, можно составить уравнение: $T_F = 32 + 1{,}8t(T - 273) = -459{,}4 + 1{,}8t$, откуда $T_F = -459{,}4 + 1{,}8t$, а искомая температура $T = 574{,}25$ K.

4.

Дано:
$t = 20°$ C
$M_1 = 0{,}032$ кг/моль
$M_2 = 0{,}04$ кг/моль

$v_1, v_2 - ?$

Решение:

$$v_1 = \sqrt{\frac{3RT}{M_1}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 298}{0{,}032}} \approx 478 \text{ м/с};$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{3RT}{M_2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 298}{0{,}04}} \approx 427 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_1 \approx 478$ м/с; $v_2 \approx 427$ м/с.

5.

Дано:
$v = 90$ км/ч = 25 км/ч
$M = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$ кг/моль

$T - ?$

Решение:

По формуле (155) учебника $v = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$,

откуда $T = \dfrac{Mv^2}{3R} = \dfrac{2{,}8 \cdot 10^{-2} \cdot 25^2}{3 \cdot 8{,}31} \approx 70$ K.

Ответ: $T \approx 70$ K.

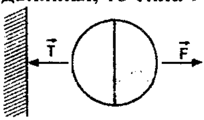
§51. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Барабанная перепонка уха человека не продавливается бомбардирующими ее молекулами воздуха, так как давления по обе стороны барабанной перепонки примерно равны.
2. Эксперимент фон Герике показал, что атмосферное давление имеет значительную величину.
3. Давление p идеального газа равно одной трети произведения массы молекулы m_a, концентрации молекул n и среднему квадрату скорости $\overline{v^2}$ их хаотического движения: $p=\frac{1}{3}nm_a\overline{v^2}$.
4. Спутники не плавятся, потому что на таких высотах концентрация молекул очень мала.
5. Давление смеси идеальных газов p равно сумме парциальных давлений $p_1, p_2, ..., p_N$ всех газов, составляющих смесь: $p=p_1+p_2+...+p_N$.

ЗАДАЧИ

1. Поскольку стена неподвижная, то сила тяги удвоится.



2.

Дано:
$p=1{,}01\cdot10^5$ Па
$v=500$ м/с

$\rho-?$

Решение:
Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа давление $p=\frac{1}{3}nm_a{}^2v^2$. Так как $n=\frac{N}{V}$, а масса газа $m=m_aN$, а плотность $\rho=\frac{m}{V}$, то $p=\frac{1}{3}\rho v^2$. Отсюда плотность газа $\rho=\frac{3p}{v^2}=\frac{3\cdot1{,}01\cdot10^5}{500^2}=1{,}21$ кг/м^3.

Ответ: $\rho=1{,}21$ кг/м^3.

3.

Дано:

$v = 550$ м/с

$M = 3{,}2 \cdot 10^{-2}$ кг/моль

$n = 10^{25}$ м$^{-3}$

$p - ?$

Решение:

Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа давление $p = \frac{1}{3} n m_а v^2$. Масса одной молекулы $m_а = \frac{M}{N_А}$. Отсюда $p = \frac{1}{3} \cdot \frac{M}{N_А} n v^2 =$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{3{,}2 \cdot 10^{-2}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} \cdot 10 \cdot 500^2 \approx 53600$ Па $= 53{,}6$ кПа.

Ответ: $p = 53{,}6$ кПа.

4.

Дано:

$V = 10^{-3}$ м^3

$p = 10^5$ Па

$U - ?$

Решение:

Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа давление $p = \frac{2}{3} n \overline{E}$, где $n = \frac{N}{V}$. Тогда средняя энергия одной молекулы $\overline{E} = \frac{3V}{2N} p$. Для идеального газа энергия поступательного движения его молекул $U = N\overline{E}$, т. е. $U = \frac{3}{2} Vp = \frac{3}{2} \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 = 150$ Дж.

Ответ: $U = 150$ Дж.

5.

Дано:

$n_1 = 7{,}8 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$

$n_2 = 2{,}4 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$

$n_3 = 10^{23}$ м$^{-3}$

$\overline{E} = 3 \cdot 10^{-21}$ Дж

$p - ?$

Решение:

Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа давление азота $p_1 = \frac{2}{3} n_1 \overline{E}$. Соответственно, $p_2 = \frac{2}{3} n_2 \overline{E}$ и

$p_3 = \frac{2}{3} n_3 \overline{E}$ – давления кислорода и аргона.

По закону Дальтона $p = p_1 + p_2 + p_3$.

$$p = \frac{2}{3} n_1 \overline{E} + \frac{2}{3} n_2 \overline{E} + \frac{2}{3} n_3 \overline{E} = \frac{2}{3} \overline{E} (n_1 + n_2 + n_3) =$$

$= \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 10^{-21} \cdot (7{,}8 \cdot 10^{24} + 2{,}4 \cdot 10^{24} + 10^{23}) =$

$= 2 \cdot 10^4$ Па $= 20$ кПа.

Ответ: $p = 20$ кПа.

§52. Уравнение Клапейрона-Менделеева

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Нормальные условия для идеального газа: давление газа равно 101 кПа, его температура – 273 К.
2. Концентрация молекул идеального газа при нормальных условиях равна $2{,}7 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$. Эту величину называют постоянной Лошмидта.
3. Расстояние между атомами идеального газа много больше размеров самих атомов.
4. Уравнение Клапейрона-Менделеева связывает давление p идеального газа, его объем V и абсолютную температуру T: $pV = \nu RT$, где R – универсальная газовая постоянная.
5. Для однозначного определения состояния идеального газа необходимо задать одну из трех пар параметров (p, V), (p, T) или (V, T).

ЗАДАЧИ

1.

Дано:

$V_2 = \frac{1}{4} V_1$

$T_2 = 1{,}5 T_1$

$\frac{p_2}{p_1}$ – ?

Решение:

По уравнению Клапейрона-Менделеева:

$p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1$, а $p_2 V_2 = \frac{m}{M} RT_2$. Тогда

$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$, откуда $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} = 1{,}5 \cdot 4 = 6$.

Ответ: увеличится в 6 раз.

2.

Дано:

$p = 10^3$ Па

$T = 315$ К

$n, \bar{l}$ – ?

Решение:

По формуле (164) учебника $p = nkT$, откуда концентрация атомов

$n = \frac{p}{kT} = \frac{10^3}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 315} \approx 2{,}3 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$;

Среднее расстояние между молекулами оценим по формуле $\overline{l} = \sqrt[3]{n} = \sqrt[3]{2,3 \cdot 10^{23}} \approx 1,6 \cdot 10^{-8}$ м.

Ответ: $n = 2,3 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$; $\overline{l} = 1,6 \cdot 10^{-8}$ м.

3. Пусть площадь класса равна $S = 50$ м^2, а его высота $h = 3$ м, тогда его объем $V = Sh = 50 \cdot 3 = 150$ м^3. Допустим, давление в классе равно $p = 10^5$ Па, а температура $T = 20°$ С, или 293 К. Тогда число молекул воздуха, находящихся в классе, оценим по формуле $p = nkT = \frac{N}{V}kT$. Тогда $N = \frac{pV}{kT} = \frac{10^5 \cdot 150}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293} \approx 3,7 \cdot 10^{27}$.

4.

Дано:
$\nu = 1$ моль
$T = 293$ К
$p = 1,01 \cdot 10^5$ Па

V – ?

Решение:
Из уравнения Клапейрона-Менделеева определим объем V молей идеального газа любого химического состава при нормальных условиях:

$$V = \frac{\nu}{p}RT = \frac{1}{1,01 \cdot 10^5} \cdot 293 \cdot 8,31 \approx 0,0224 \text{ м}^3$$

$= 22,4$ л.

Ответ: $V = 22,4$ л.

5.

Дано:
$V = 4$ л
$T = 20°$ С
$m_1 = 2$ г
$m_2 = 4$ г
$M_1 = 2$ г/моль
$M_2 = 4$ г/моль

p_1, p_2 – ?

Решение:
Из уравнения Клапейрона-Менделеева найдем парциальные давления водорода и гелия: $p_1 = \frac{m_1}{M_1 V}RT$ и $p_2 = \frac{m_2}{M_2 V}RT$. Давление смеси газов найдем по закону Дальтона:

$$p = p_1 + p_2 = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right) = \frac{8,31 \cdot 293}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \left(\frac{2}{2} + \frac{4}{4}\right) =$$

$= 1,22 \cdot 10^6$ Па $= 1,22$ МПа.

Ответ: $p = 1,22$ МПа.

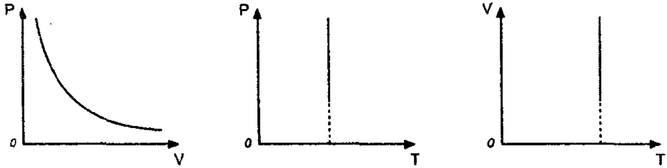
§53. Изопроцессы

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Изопроцессом называется процесс, который происходит при постоянстве одного из макропараметров.
2. Изотермическим называется процесс, который происходит с определенной массой газа при постоянной температуре.

   Закон Бойля-Мариотта:

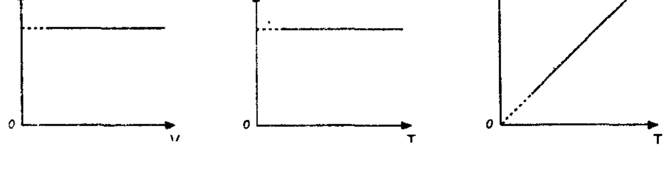
   Произведение давления газа p данной массы на его объем V неизменно при постоянной температуре: $pV = const$.



3. Возьмем для примера изотермическое расширение газа в сосуде под поршнем. В этом случае часть кинетической энергии молекул передается поршню, т. е. температура уменьшается. Это означает, что для поддержания постоянной температуры газа ему нужно передавать тепло. Если же газ изотермически сжимают в сосуде с поршнем, то для поддержания постоянной температуры тепло должно отводиться.
4. Изобарным называется процесс изменения состояния газа, обладающего определенной массой, который происходит при постоянном давлении.

   Закон Гей-Люссака:

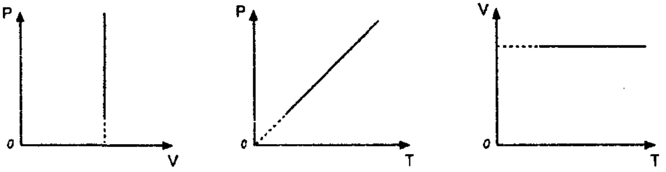
   Отношение объема газа V данной массы к его температуре T неизменно при постоянном давлении: $\frac{V}{T} = const$.



5. Изохорным называется процесс изменения состояния газа, обладающего определенной массой, который происходит при постоянном объеме.

Закон Шарля:

Отношение давления газа p данной массы к его температуре T постоянно: $\frac{p}{T} = const$.



ЗАДАЧИ

1.

Дано:

$p_а = 10^5$ Па

$V_2 = 2V_1$

$\rho = 1000$ кг/м^3

$h - ?$

Решение:

Пусть атмосферное давление равно $p_а$.

Давление воды на глубине h равно $p = p_а + \rho g h$.

Согласно закону Бойля-Мариотта,

$(\rho g h + p_а)V_1 = p_а V_2$.

Так как $V_2 = 2V_1$, то $\rho g h + p_а = 2p_а$, откуда

$$h = \frac{p_а}{\rho g} = \frac{10^5}{1000 \cdot 9{,}8} \approx 10{,}3 \text{ м.}$$

Ответ: $h = 10{,}3$ м.

2.

Дано:

p_1, p_2

V_1, V_2

$\Delta l - ?$

Решение:

Используем закон Бойля-Мариотта: $p_1V_1 = p_1'V_1'$ и $p_2V_2 = p_2'V_2'$. Так как $V_1 = Sl_1$, $V_1' = S(l_1 - \Delta l)$, $V_2 = Sl_2$, а $V_2' = S(l_2 - \Delta l)$, то получим: $p_1l_1 = p_1'(l_1 - \Delta l)$ и $p_2l_2 = p_2'(l_2 - \Delta l)$.

В конечном состоянии давления газов равны: $p_1' = p_2'$.

Поэтому $\frac{p_1 l_1}{p_2 l_2} = \frac{l_1 - \Delta l}{l_2 + \Delta l}$, откуда $\Delta l = \frac{(p_1 - p_2) l_1 l_2}{p_1 l_1 + p_2 l_2}$.

<u>Ответ</u>: $\Delta l = \frac{(p_1 - p_2) l_1 l_2}{p_1 l_1 + p_2 l_2}$.

3.

<u>Дано</u>:
$l = 27{,}5$ см
$h = 7{,}5$ см
$\Delta h = 2$ см
$\rho = 13600$ кг/м^3

p_1, p_2, p_1', p_2' – ?

<u>Решение</u>:
В горизонтальном положении давления в обеих частях трубки равны: $p_1 = p_2$. По закону Бойля-Мариотта:

$p_1 V_1 = p_1' V_1'$, откуда $p_1 \cdot \frac{l-h}{2} = p_1' \cdot \left(\frac{l-h}{2} - \Delta h\right)$;

$p_2 V_2 = p_2' V_2'$, откуда $p_2 \cdot \frac{l-h}{2} = p_2' \cdot \left(\frac{l-h}{2} + \Delta h\right)$.

Из условия равновесия столбика ртути $p_1' = p_2' + \rho g h$.

Решая эту систему уравнений, получим:

$$p_2' = \frac{\rho g h}{2\Delta h} \cdot \left(\frac{l-h}{2} - \Delta h\right) = \frac{13600 \cdot 10 \cdot 0{,}075 \cdot 8}{4} \approx 20 \text{ кПа};$$

$$p_1' = p_2' + \rho g h = 20 + 13600 \cdot 10 \cdot 0{,}075 \approx 30 \text{ кПа};$$

$$p_1 = p_2 = \frac{6}{5} p_2' \approx 24 \text{ кПа}.$$

<u>Ответ</u>: $p_1 = p_2 \approx 24$ кПа; $p_2' \approx 20$ кПа; $p_1' \approx 30$ кПа.

4.

<u>Дано</u>:
$\Delta T = 15°$ C
$p_0 = 10^5$ Па
$S = 10^{-2}$ м2
$m = 50$ кг
$\nu = 1$ моль

Δh – ?

<u>Решение</u>:
Из условия равновесия поршня давление газа $p = \frac{mg}{S} + p_0$. По закону Гей-Люссака для изобарического процесса $\frac{V}{T} = \frac{V + \Delta V}{T + \Delta T}$. Отсюда изменение объема $\Delta V = \Delta T \cdot \frac{V}{T}$.

Из уравнения Клапейрона-Менделеева $pV = \nu RT$

найдем $\frac{V}{T}=\frac{\nu R}{p}$. $\Delta V=\nu R\Delta T\cdot\left(\frac{mg}{S}+p_0\right)^{-1}$.

Так как $\Delta V=S\Delta h$, то смещение поршня

$$\Delta h=\frac{\Delta V}{S}=\frac{\nu R\Delta T}{S\cdot\left(\frac{mg}{S}+p_0\right)}=$$

$$=\frac{\nu R\Delta T}{mg+p_0S}=\frac{1\cdot 8{,}31\cdot 15}{50\cdot 9{,}8+10^5\cdot 10^{-2}}\approx 0{,}084\text{ м}=$$

$=8{,}4$ см.

Ответ: $\Delta h=8{,}4$ см.

5.

Дано:

$p_1=2\cdot 10^4$ Па

$T_1=7°$ C

$T_2=42°$ C

$p_2-?$

Решение:

По закону Шарля $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}$, откуда конечное давление $p_2=p_1\cdot\frac{T_2}{T_1}=2\cdot 10^4\cdot\frac{315}{280}=2{,}25\cdot 10^4$ Па.

Ответ: $p_2=2{,}25\cdot 10^4$ Па.

9 Термодинамика

§54. Внутренняя энергия

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Внутренняя энергия тела – это сумма кинетической энергии хаотического теплового движения частиц, составляющих тело, и потенциальной энергии их взаимодействия.
   Внутренняя энергия тела не зависит от его движения и его положения относительно других тел.
2. Внутренняя энергия идеального газа зависит от температуры.
   Температура тела уменьшится, если оно извне получит меньше энергии, чем отдаст.
3. Число степеней свободы тела – это число возможных независимых направлений движения атомов или молекул тела.
4. Внутренняя энергия идеального газа пропорциональна числу степеней свободы. Молекула водорода двухатомная, значит число степеней свободы равно 5, гелий одноатомный газ, значит, число степеней свободы равно 3. Таким образом, 1 моль водорода имеет большую внутреннюю энергию, чем 1 моль гелия.
5. Внутреннюю энергию жидкости или газа можно изменить путем совершения работы или посредством теплообмена.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$T_1 = 10°$ C
$T_2 = 30°$ C
$M = 2{,}9 \cdot 10^{-2}$ кг/моль
$m = 87$ кг
$i = 5$

$\Delta U - ?$

Решение:

Изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$.

Так как $\nu = \frac{m}{M}$ и $\Delta T = T_2 - T_1$, то

$$\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R(T_2 - T_1) =$$

$$= \frac{5}{2} \cdot \frac{87}{2,9 \cdot 10^{-2}} \cdot 8,31 \cdot (303 - 283) \approx$$

$$\approx 1,25 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 1,25 \text{ МДж}.$$

Ответ: $\Delta U = 1,25$ МДж.

2.

Дано:

$V_1 = 1 \cdot 10^{-2}$ м^3

$V_2 = 1,5 \cdot 10^{-2}$ м^3

$p = 10^4$ Па

$i = 3$

$\Delta U - ?$

Решение:

До расширения внутренняя энергия идеального газа равнялась $U_1 = \frac{i}{2} pV_1$, а после расширения она стала равна $U_2 = \frac{i}{2} pV_2$.

Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2} pV_2 - \frac{i}{2} pV_1 =$$

$$= \frac{i}{2} p \cdot (V_2 - V_1) = \frac{3}{2} \cdot 10^4 \cdot (0,015 - 0,01) = 75 \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta U = 75$ Дж.

3.

Дано:

$p_1 = 10^5$ Па

$V = 15$ м^3

$\Delta U = -100$ Дж

$i = 5$

$p_2 - ?$

Решение:

Аналогично предыдущей задаче, изменение внутренней энергии

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2} p_2 V - \frac{i}{2} p_1 V = \frac{i}{2} V \cdot (p_2 - p_1).$$

Тогда конечное давление кислорода

$$p_2 = p_1 + \frac{2\Delta U}{iV} = 10^5 + \frac{2 \cdot (-10^5)}{5 \cdot 0,8} = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Ответ: $p_2 = 5 \cdot 10^4$ Па.

4.

Дано:

p_1, p_2

V_1, V_2

$p - ?$

Решение:

Из уравнения Клапейрона-Менделеева $p_1 V_1 = \nu_1 RT$ и $p_2 V_2 = \nu_2 RT$; $p(V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2) RT$.

Из первых двух уравнений выразим ν_1 и ν_2:

$\nu_1 = \dfrac{p_1V_1}{RT}$ и $\nu_2 = \dfrac{p_2V_2}{RT}$. Тогда конечное давление

$$p = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1 + V_2}.$$

Ответ: $p = \dfrac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1 + V_2}$.

5.

Дано:

$V_1 = 12$ м^3

$V_2 = 20$ м^3

$T_1 = 290$ К

$T_2 = 300$ К

$p_1 = 0{,}98 \cdot 10^5$ Па

$p_2 = 1{,}02 \cdot 10^5$ Па

$p, T - ?$

Решение:

Так как теплообмен с окружающей средой отсутствует, внутренняя энергия системы сохраняется: $\dfrac{i}{2}p_1V_1 + \dfrac{i}{2}p_2V_2 = \dfrac{i}{2}p\cdot(V_2 + V_1)$, откуда установившееся давление:

$$p = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1 + V_2} = \frac{0{,}98\cdot10^5\cdot12 + 1{,}02\cdot10^5\cdot20}{12+20} =$$

$= 1{,}005\cdot10^5$ Па.

Из уравнения Клапейрона-Менделеева:

$p_1V_1 = \nu_1RT_1$ и $p_2V_2 = \nu_2RT_2$;

$p(V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2)RT$, откуда температура в модуле равна $T = p\cdot\dfrac{T_1T_2(V_1+V_2)}{p_1V_1T_2 + p_2V_2T_1}$.

Подставляя давление в формулу для температуры, получаем: $T = \dfrac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1+V_2}\cdot\dfrac{T_1T_2(V_1+V_2)}{p_1V_1T_2 + p_2V_2T_1} =$

$$= 1{,}005\cdot10^5\cdot\frac{290\cdot300\cdot(0{,}98\cdot10^5\cdot12 + 1{,}02\cdot10^5\cdot20)}{0{,}98\cdot10^5\cdot12\cdot300 + 1{,}02\cdot10^5\cdot20\cdot290} \approx$$

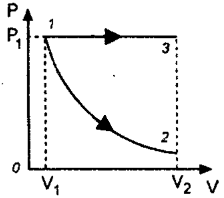
≈ 296 К $\approx 23°$ С.

Ответ: $p = 1{,}005\cdot10^5$ Па; $T \approx 23°$ С.

§55. Работа газа при изопроцессах

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Хаотическое движение молекул газа можно преобразовать в направленное движение макроскопического тела с помощью поршня.
2. Работа, совершаемая силой давления газа, зависит от среднего давления газа и изменения его объема.
3. При расширении газ совершает положительную работу, при сжатии – отрицательную.
4. Геометрический смысл работы, совершаемой силой давления газа, состоит в том, что она численно равна площади фигуры под графиком зависимости $p(V)$.
5. Площадь под изотермой 1–2 меньше, чем под изобарой 1–3, значит, работа при изотермическом расширении меньше, чем при изобарном.



ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$m = 0,28$ кг
$M = 0,028$ кг/моль
$T_1 = 290$ К
$T_2 = 490$ К
$i = 5$

$A, \Delta U - ?$

Решение:
Работа при изобарном процессе равна

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} \cdot R(T_2 - T_1) =$$

$$= \frac{0,28}{0,028} \cdot 8,31 \cdot (490 - 290) \approx 16600 \text{ Дж} \approx 16,6 \text{ кДж};$$

Изменение внутренней энергии азота:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R(T_2 - T_1) =$$

$$=\frac{5}{2}\cdot\frac{0,28}{0,028}\cdot 8,31\cdot(490-290)\approx 41550\text{ Дж}$$

$\approx 41,55$ кДж;

Ответ: $A\approx 16,6$ кДж; $\Delta U\approx 41,55$ кДж.

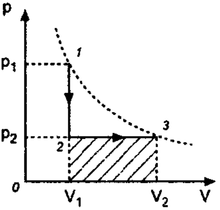
2.

Дано:
$m=0,05$ кг
$T_1=320$ К
$V_1=V_2$
$p_2=\frac{1}{2}p_1$
$p_3=p_2$
$T_3=T_1$
$M=0,032$ кг/моль
$i=5$

$A, \Delta U-?$

Решение:

Процессы показаны на рисунке:



Работа при изобарном процессе:

$A=p_2(V_3-V_2)=p_3V_3-p_2V_2$. Из уравнения Клапейрона-Менделеева:

$$p_2V_2=\frac{p_1V_1}{2}=\frac{m}{M}\cdot\frac{RT_1}{2};$$

$$p_3V_3=\frac{m}{M}\cdot RT_3=\frac{m}{M}\cdot RT_1.$$

Тогда $A=\frac{m}{M}\cdot RT_1-\frac{m}{M}\cdot\frac{RT_1}{2}=\frac{m}{2M}\cdot RT_1=$

$$=\frac{0,05}{2\cdot 0,032}\cdot 8,31\cdot 320\approx 2,08\cdot 10^3\text{ Дж}=2,08\text{ кДж}.$$

Работа газа в изохорном процессе 1–2 равна нулю. Изменение внутренней энергии в процессе 1–2–3:

$$\Delta U=\frac{i}{2}\cdot\frac{m}{M}\cdot R(T_3-T_1)=\frac{i}{2}\cdot\frac{m}{M}\cdot R(T_1-T_1)=0.$$

Ответ: $A=2,08$ кДж; $\Delta U=0$.

3. Работа совершается гелием при переходе из состояния 1 в состояние 6 (рис. 200 учебника) при процессах 1–2, 3–4 и 5–6. В процессах 2–3 и 4–5 работа не совершается, поскольку эти процессы изохорные. Тогда $A_{23} = A_{45} = 0$. Используя геометрический смысл работы газа, получим:

$A_{12} = 10^4 \cdot (0,2 - 0,1) = 10^3$ Дж;

$A_{34} = 3 \cdot 10^4 \cdot (0,4 - 0,2) = 6 \cdot 10^3$ Дж;

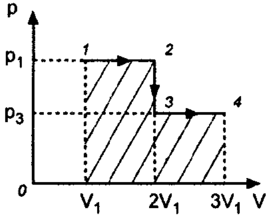
$A_{56} = 2 \cdot 10^4 \cdot (0,5 - 0,4) = 2 \cdot 10^3$ Дж;

Суммарная работа при этих процессах:

$A = A_{12} + A_{34} + A_{56} = 10^3 + 6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3 = 9$ кДж.

Ответ: $A = 9$ кДж.

4. Изменение состояния газа в координатах p, V показано на рисунке.



Процессы 1–2 и 3–4 изобарные, а процесс 2–3 – изохорный, следовательно, $p_2 = p_1$ и $p_3 = p_4$.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона: $p_2V_2 = \frac{m}{M}RT_2$; $p_4V_4 = \frac{m}{M}RT_4$,

следовательно, $2p_1V_1 = 3p_4V_1$, откуда получаем: $p_4 = \frac{2}{3}p_1$.

Работа газа численно равна площади заштрихованной на рисунке области.

$$A = p_1(2V_1 - V_1) + \frac{2}{3}p_1(3V_1 - 2V_1) = \frac{5}{3}p_1V_1 = \frac{5}{3} \cdot 10^5 \cdot 3 = 5 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 5 \cdot 10^5$ Дж.

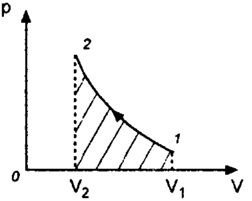
5.

Дано:
$T = 300$ К
$\nu = 2$ моль
$V_2 = \frac{1}{2} V_1$

$A - ?$

Решение:
Работа, совершаемая газом при изотермическом процессе $A = \nu RT \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln\frac{1}{2} =$

$= 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300 \cdot \ln\frac{1}{2} \approx -3{,}456$ кДж.



Рассматриваемый процесс изображен на рисунке.
Ответ: $A = -3{,}456$ кДж.

§56. Первый закон термодинамики

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Согласно первому закону термодинамики, изменение внутренней энергии ΔU системы определяется как сумма работы $A_{вн}$ внешних сил, действующих на систему, и количества теплоты Q, сообщенного ей извне: $\Delta U = A_{вн} + Q$.
2. Количество теплоты, подведенное к системе, идет на изменение ее внутренней энергии и совершение системой работы.
3. При изохорном процессе подведенное к системе количество теплоты Q идет на изменение внутренней энергии системы ΔU: $\Delta U = Q$, так как работа газа равна нулю.
4. При изотермическом процессе подведенное к системе количество теплоты Q идет на совершение системой работы A: $Q = A$, так как внутренняя энергия остается постоянной.
5. При изобарном процессе подведенное к системе количество теплоты Q идет на изменение внутренней энергии системы ΔU и

на совершение системой работы A при постоянном давлении: $Q = \Delta U + A$.

При изотермическом расширении подведенное к системе количество теплоты идет только на совершение работы, а при изобарном – на совершение работы, а также на изменение внутренней энергии.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:

$U_0 = 220$ кДж

$A_{вн} = 50$ кДж

$Q = 125$ кДж

$U - ?$

Решение:

Согласно первому закону термодинамики: $\Delta U = A_{вн} + Q$.

Поскольку $U = U_0 + \Delta U$, то конечная внутренняя энергия газа

$U = U_0 + Q + A_{вн} = 220 + 125 + 50 = 295$ кДж.

Ответ: $U = 295$ кДж.

2.

Дано:

$m = 0{,}032$ кг

$p_1 = 10^5$ Па

$p_2 = 2p_1$

$T_1 = 290$ К

$M = 0{,}032$ кг/моль

$i = 5$

$V, T_2, Q - ?$

Решение:

Из уравнения Менделеева-Клапейрона $p_1 V = \frac{m}{M} \cdot RT_1$ определим объем сосуда:

$$V = \frac{mRT_1}{Mp_1} = \frac{0{,}032 \cdot 8{,}31 \cdot 290}{32 \cdot 10^5} \approx 0{,}024 \text{ м}^3.$$

После нагревания $p_2 V = \frac{m}{M} \cdot RT_2$, откуда конечная температура

$$T_2 = \frac{p_2 VM}{mR} = \frac{p_2 M}{mR} \cdot \frac{mRT_1}{Mp_1} = T_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} =$$

$$= 2T_1 = 2 \cdot 290 = 580 \text{ К}.$$

Процесс изохорный, поэтому количество теплоты, сообщенное газу, равно:

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot RT_1 =$$

$$= \frac{5}{2} \cdot \frac{32}{32} \cdot 8{,}31 \cdot 290 \approx 6 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 6 \text{ кДж}.$$

Ответ: $V \approx 0{,}024$ м^3; $T_2 = 580$ К; $Q = 6$ кДж.

3.

Дано:
$A = 2$ кДж
$i = 3$

$Q, \Delta U - ?$

Решение:
Работа газа в изобарном процессе $A = p\Delta V$. Изменение внутренней энергии в этом процессе по формуле (169) учебника:

$$\Delta U = \frac{i}{2} p\Delta V = \frac{i}{2} A = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3 \text{ кДж}.$$

Согласно первому закону термодинамики, количество теплоты, подведенное к гелию, равно

$$Q = \Delta U + A = \frac{i}{2} A + A = A\left(1 + \frac{i}{2}\right) = 2\left(1 + \frac{3}{2}\right) = 5 \text{ кДж}.$$

Ответ: $\Delta U = 3$ кДж; $Q = 5$ кДж.

4.

Дано:
$m = 0{,}014$ кг
$T = 300$ К
$M = 0{,}028$ кг/моль
$i = 5$
$V_2 = 2V_1$

$Q - ?$

Решение:
При изобарном расширении работа газа:

$$A = p\Delta V = \frac{m}{M} \cdot R\Delta T = \frac{m}{M} \cdot R(T_2 - T_1).$$

По закону Гей-Люссака $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$, откуда $T_2 = 2T_1$.

Таким образом, работа газа

$$A = \frac{m}{M} \cdot R(2T_1 - T_1) = \frac{m}{M} RT_1.$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R(T_2 - T_1) =$$

$$= \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R(2T_1 - T_1) = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} RT_1.$$

По первому закону термодинамики, количество теплоты, подведенное к газу, равно:

$$Q = \Delta U + A = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} RT_1 + \frac{m}{M} RT_1 =$$

$$= \frac{m}{M} RT_1 \cdot \left(\frac{i}{2} + 1 \right) = \frac{0,014}{0,028} \cdot 8,31 \cdot 300 \cdot \left(\frac{5}{2} + 1 \right) \approx$$

$$\approx 4,36 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 4,36 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 4,36$ кДж.

5. Из решения задачи № 3 (§55 учебника) работа газа $A = 9 \cdot 10^3$ Дж. Изменение внутренней энергии определяется разностью температур в конечном и начальном состояниях: $\Delta U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} R(T_6 - T_1) =$

$$= \frac{3}{2}(p_6 V_6 - p_1 V_1) = \frac{3}{2}(2 \cdot 10^4 \cdot 0,5 - 10^4 \cdot 0,1) = 1,35 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Количество теплоты, подведенное к гелию, равно

$Q = \Delta U + A = 1,35 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 = 2,25 \cdot 10^4$ Дж = 22,5 кДж.

Ответ: $Q = 22,5$ кДж.

§57. Адиабатный процесс

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Адиабатным называется термодинамический процесс в теплоизолированной системе.

   При адиабатном процессе работа A совершается системой за счет изменения ее внутренней энергии ΔU : $A = -\Delta U$.
2. При адиабатном расширении газа работа совершается системой за счет изменения ее внутренней энергии.
3. При адиабатном сжатии газа увеличивается число упругих соударений молекул с поршнем, поэтому их кинетическая энергия и температура, возрастают.

   При адиабатном расширении газа уменьшается число упругих соударений молекул с поршнем, поэтому их кинетическая энергия и температура уменьшаются.
4. При адиабатном сжатии газа температура увеличивается, а объем уменьшается, значит, давление растет быстрее, чем при изотермическом сжатии. Поэтому при резком сжатии газа в цилиндре с поршнем до объема в 2 раза меньшего, начальное давление возрастает более чем в 2 раза.

5. При адиабатном сжатии газа в цилиндре дизельного двигателя температура увеличивается настолько, что топливо, впрыскиваемое в цилиндр, воспламеняется и приводит поршень цилиндра в движение.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$A = 500$ Дж

ΔU – ?

Решение:
При адиабатном процессе, т. е. при $Q = 0$, первый закон термодинамики выглядит следующим образом: $\Delta U + A = 0$. Отсюда изменение внутренней энергии: $\Delta U = -A = -500$ Дж.

Ответ: $\Delta U = -500$ Дж.

2.

Дано:
$m = 8$ г
$A_{вн} = 1$ кДж
$i = 3$

ΔT – ?

Решение:
Работа газа в адиабатном процессе $A_{вн} = \Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T$. Так как $A = A_{вн}$, то отсюда изменение температуры:

$$\Delta T = -\frac{2A_{вн}}{3\frac{m}{M}R} = -\frac{2\cdot 10^3}{3\cdot\frac{8}{4}\cdot 8{,}31} = 40{,}1 \text{ К}.$$

Ответ: $\Delta T = 40{,}1$ К.

3.

Дано:
$m = 0{,}064$ кг
$M = 3{,}2\cdot 10^{-2}$ кг/моль
$T_1 = 273$ К
$T_2 = \frac{T_1'}{2}$
$i = 5$

$\Delta U, A$ – ?

Решение:
Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\cdot\frac{m}{M}\cdot R(T_2 - T_1) = -\frac{i}{2}\cdot\frac{m}{M}RT_1 =$$

$$= -\frac{5}{2}\cdot\frac{6{,}4\cdot 10^{-2}}{3{,}2\cdot 10^{-2}}\cdot 8{,}31\cdot 273 \approx -11300 \text{ Дж} \approx -11{,}3 \text{ кДж}.$$

Работа газа равна $A = -\Delta U \approx 11{,}3$ кДж.

Ответ: $\Delta U \approx -11{,}3$ кДж; $A \approx 11{,}3$ кДж.

4.

Дано:

$m = 1,4$

$\Delta t = -20^\circ C = -20$ К

$M = 2,8 \cdot 10^{-2}$

$i = 5$

$A - ?$

Решение:

Работа газа при адиабатном процессе:

$$A = -\Delta U = -\frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R \Delta T =$$

$$= -\frac{5}{2} \cdot \frac{1,4}{2,8 \cdot 10^{-2}} \cdot 8,31 \cdot (-20) \approx 20800 \text{ Дж} \approx 20,8 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A \approx 20,8$ кДж.

5.

Дано:

$V_1 = 2$ м^3

$A_{вн} = 50,5$ кДж

$T_1 = 273$ К

$p_1 = 1,01 \cdot 10^5$ Па

$i = 5$

$T_2 - ?$

Решение:

Работа газа при адиабатном процессе

$A = -\Delta U = -\frac{i}{2} \nu R \Delta T$. Так как $A = -A_{вн}$, то

$$A_{вн} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1).$$

Из закона Менделеева-Клапейрона $\nu R T_1 = p_1 V_1$ найдем $\nu R = \frac{p_1 V_1}{T_1}$. Следовательно,

работа внешних сил $A_{вн} = -\frac{i}{2} p_1 V_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} + 1 \right)$.

Отсюда конечная температура кислорода

$$T_2 = \left(1 + \frac{2 A_{вч}}{i p_1 V_1} \right) \cdot T_1 =$$

$$= \left(1 + \frac{2 \cdot 5,05 \cdot 10^4}{5 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \cdot 2} \right) \cdot 273 = 300,3 \text{ К}.$$

Ответ: $T_2 = 300,3$ К.

§58. Тепловые двигатели

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. К тепловым двигателям относят устройства, преобразующие внутреннюю энергию топлива в механическую энергию. В каче-

стве рабочего тела в тепловых двигателях используют газы и пары, так как они наилучшим образом сжимаются и расширяются.

2. Для циклического получения полезной механической работы в тепловом двигателе давление газа при сжатии должно быть меньше давления газа при расширении, а давление растет вместе с температурой. Значит, перед сжатием газ должен быть охлажден (контакт с холодильником), а перед расширением нагрет (контакт с нагревателем).
3. КПД замкнутого цикла η определяют как отношение работы A, совершенной двигателем за цикл, к количеству теплоты Q_1, полученной от нагревателя: $\eta = \frac{A}{Q_1}$.
4. Наиболее эффективным является термодинамический цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат (цикл Карно). КПД цикла Карно определяется формулой: $\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, где T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника.
5. Отрицательное воздействие состоит в том, что тепловые двигатели выделяют продукты сгорания топлива, загрязняющие окружающую среду. Для борьбы с этим ставят специальные очистители выхлопных газов, переходят на более экологически чистые виды топлива (таким идеальным топливом является водород, так как при сгорании дает воду), переходят на электромобили и т.д.

ЗАДАЧИ

1. Процессы 1–2 и 3–4 – изохорные ($V = const$). Работа газа в этих процессах $A_{12} = A_{34} = 0$. Процесс 2–3 – изобарный ($p = const$). Газ совершает работу $A_{23} = 2p_1(2V_1 - V_1) = 2p_1V_1$. Процесс 4–1 – изобарный. Газ совершает работу $A_{41} = p_1(V_1 - 2V_1) = -p_1V_1$.

Общая работа за цикл $A = A_{23} + A_{41} = p_1V_1$. Быстрее эта работа может быть найдена как площадь прямоугольника 1–2–3–4.

На участках 1–2 и 2–3, к газу подводится некоторое количество теплоты, а на участках 3–4 и 4–1 – отводится. Количество теплоты, полученное от нагревателя: $Q_1 = Q_{12} + Q_{23} =$

$= \Delta U_{12} + A_{23} + \Delta U_{13} = \Delta U_{13} + A_{23}$, где $\Delta U_{13} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1)$.

Воспользовавшись уравнением Менделеева-Клапейрона, мы получим: $\nu RT_1 = p_1V_1$, $\nu RT_3 = 2p_1 \cdot 2V_1 = 4p_1V_1$. Тогда

$$\Delta U_{13} = \frac{i}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1) = \frac{3i}{2}p_1V_1, \text{ а } Q_1 = 2p_1V_1 + \frac{3i}{2}p_1V_1 = p_1V_1\left(2 + \frac{3i}{2}\right).$$

КПД цикла определяется по формуле $\eta = \frac{A}{Q_1}$:

$$\eta = \frac{p_1V_1}{p_1V_1\left(2 + \frac{3i}{2}\right)} = \frac{2}{3i+4} = \frac{2}{3\cdot 5+4} = \frac{2}{19}.$$

2.

Дано:	Решение:
$Q_1 = 100$ Дж $\lvert Q_2\rvert = 75$ Дж	Работа, совершаемая газом за цикл, равна: $A = Q_1 - \lvert Q_2\rvert = 100 - 75 = 25$ Дж. КПД цикла:
$\eta, A - ?$	$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - \lvert Q_2\rvert}{Q_1} = \frac{100-75}{100} = 0{,}25$, или 25%. Ответ: $A = 25$ Дж; $\eta = 0{,}25$ или 25%.

3.

Дано:	Решение:
$T_1 = 673$ К $T_2 = 373$ К	Максимальное теоретическое значение КПД паровой машины (работающей по циклу Карно):
$\eta_{max} - ?$	$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{673-373}{673} \approx 0{,}446$, или 44,6%. Ответ: $\eta_{max} \approx 0{,}446$ или 44,6%.

4.

Дано:	Решение:
$T_1 = 120°$ С $T_2 = 320°$ С $Q_1 = 200$ кДж	КПД цикла идеальной паровой машины: $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{393}{593} \approx 0{,}337$, или 33,7%.
$\eta, A, \lvert Q_2\rvert - ?$	С другой стороны, $\eta = \frac{A}{Q_1}$, откуда

$$A = \eta Q_1 = \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) \cdot Q_1 = \left(1 - \frac{393}{593}\right) \cdot 2 \cdot 10^5 \approx$$

$\approx 6,75 \cdot 10^4$ Дж $= 67,5$ кДж.

По формуле (174) учебника $\eta = \dfrac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}$, откуда

$$|Q_2| = (1 - \eta) \cdot Q_1 = \frac{T_1}{T_2} \cdot Q_1 = \frac{393}{593} \cdot 2 \cdot 10^5 \approx$$

$\approx 1,325 \cdot 10^5$ Дж $= 132,5$ кДж.

Ответ: $\eta = 0,337$; $A = 67,5$ кДж; $|Q_2| = 132,5$ кДж.

5.

Дано:

$t = 1$ ч

$m = 5$ кг

$T_1 = 1200$ К

$T_2 = 370$ К

$Q = 46$ МДж/кг

$P - ?$

Решение:

Мощность, развиваемую двигателем автомобиля, можно найти по формуле $P = \dfrac{A}{t}$. Считая двигатель идеальной тепловой машиной, найдем его КПД: $\eta = \dfrac{A}{Q_1} = 1 - \dfrac{T_1}{T_2}$, откуда $A = \left(1 - \dfrac{T_2}{T_1}\right) \cdot Q_1$.

Полученное от нагревателя количество теплоты $Q_1 = qm$.

Тогда работа двигателя $A = \left(1 - \dfrac{T_2}{T_1}\right) \cdot qm$.

Искомая мощность:

$$P = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \cdot \frac{qm}{t} = \left(1 - \frac{370}{1200}\right) \cdot \frac{4,6 \cdot 10^7 \cdot 5}{3600} \approx$$

$\approx 4,42 \cdot 10^4$ Вт $= 44,2$ кВт.

Ответ: $P = 44,2$ кВт.

§59. Второй закон термодинамики

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Необратимым называется процесс, который не может самопроизвольно происходить в обратном направлении.
2. Согласно второму закону термодинамики, в циклически действующем тепловом двигателе, невозможно полное преобразование теплоты, полученной от нагревателя, в механическую работу.
3. Второй закон термодинамики определяет направление термодинамических процессов. Например, тепло не может передаться от холодного тела к горячему.
4. Замкнутая система многих частиц самопроизвольно переходит из более упорядоченного состояния в менее упорядоченное состояние.
5. Это происходит в результате диффузии частичек.

10 Жидкость и пар

§60. Фазовый переход пар – жидкость

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Переход вещества из газообразного в жидкое состояние возможен при температуре, меньшей критической.
   Критической называется наибольшая температура, при которой переход газа в жидкость еще возможен.
2. Паром называется газообразное состояние вещества, температура которого меньше критической.
3. При изотермическом сжатии газа возрастает концентрация молекул. Когда расстояние между ними становится настолько малым, что потенциальная энергия взаимодействия молекул становится соизмерима с кинетической энергией их движения, газ превращается в жидкость.
4. Пар считается насыщенным, если он находится в термодинамическом равновесии со своей жидкостью. Давление насыщенного пара при его сжатии остается постоянным, так как часть молекул переходит в жидкость.
5. При сжатии жидкости давление резко возрастает, так как молекулы жидкости плотно упакованы, и силы межмолекулярного отталкивания играют существенную роль.

§61. Испарение. Конденсация

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Испарением называется парообразование со свободной поверхности жидкости. Конденсацией называется процесс возвращения в жидкость части молекул пара над поверхностью жидкости. Испарение происходит при условии, что кинетическая энергия находящейся в поверхностном слое молекулы жидкости

больше ее потенциальной энергии взаимодействия с другими молекулами.

2. Скорость испарения жидкости зависит от рода жидкости и ее температуры.
3. Удельной теплотой парообразования (испарения) называется количество теплоты, необходимое для превращения в пар 1 кг жидкости при постоянной температуре. Количество теплоты, которое подводится при парообразовании, идет на увеличение кинетической энергии молекул.
4. Жара при ветре переносится легче, так как молекулы воды, которые испарились с поверхности тела человека, не возвращаются обратно и поэтому не увеличивают его энергию и, соответственно, температуру.
5. Внутренняя энергия 1 кг пара больше внутренней энергии 1 кг воды, потому что энергия, затраченная на испарение 1 кг пара, превратилась в его внутреннюю (тепловую энергию).

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$r = 2{,}34 \cdot 10^6$ Дж/кг $m = 0{,}5$ кг	Количество теплоты, выделяемое при конденсации серебра: $Q = rm = 2{,}34 \cdot 10^6 \cdot 0{,}5 = 1{,}17 \cdot 10^6$ Дж $= 1{,}17$ МДж.
$Q - ?$	Ответ: $Q = 1{,}17$ МДж.

2.

Дано:	Решение:
$P = 75$ Вт $t = 1$ ч $r = 2{,}256 \cdot 10^6$ Дж/кг	Тепловую мощность можно определить по формуле $P = \frac{Q}{t}$. Выделяемое телом человека количество теплоты $Q = rm$. Тогда масса испаряемой воды равна: $m = \frac{Q}{r} = \frac{Pt}{r} = \frac{75 \cdot 3600}{2{,}256 \cdot 10^6} \approx 0{,}12$ кг.
$m - ?$	Ответ: $m \approx 0{,}12$ кг.

3.

Дано:

$\Delta t_1 = 3$ мин

$\Delta t_2 = 16$ мин 3 с

$t_1 = 0°$ C

$t_2 = 100°$ C

$c = 4200$ Дж/кг · С°

$r - ?$

Решение:

Количество теплоты, затрачиваемое на нагревание воды от 0° С до 100° С, $Q_1 = cm(t_2 - t_1)$.

На испарение необходимо количество теплоты $Q_2 = rm$. Считая мощность чайника неизменной, получим $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}$.

Тогда $\frac{rm}{cm(t_2 - t_1)} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}$, откуда

$$r = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \cdot c(t_2 - t_1) = 4200 \cdot 100 \cdot \frac{963}{180} =$$

$= 2,25 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Ответ: $r = 2,25 \cdot 10^6$ Дж/кг.

4.

Дано:

$m = 1$ кг

$t_1 = 0°$ C

$t_2 = 100°$ C

$c = 4200$ Дж/кг · С°

$r = 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг

$Q - ?$

Решение:

Количество теплоты, необходимое для нагревания воды до 100° С, равно:

$Q_1 = cm(t_2 - t_1)$.

Для превращения нагретой воды в пар необходимо количество теплоты $Q_2 = rm$.

Искомое количество теплоты:

$Q = m(c(t_2 - t_1) + r) =$

$= 1 \cdot (4200 \cdot 100 + 2,26 \cdot 10^6) =$

$= 2,68 \cdot 10^6$ Дж $= 2,68$ МДж.

Ответ: $Q = 2,68$ МДж

5.

Дано:

$m_1 = 100$ г

$m_2 = 40$ г

$t_1 = 10°$ C

$t_2 = 100°$ C

$t_3 = 100°$ C

$c_в = 4200$ Дж/(кг · К)

$c_п = 2090$ Дж/(кг · К)

$r = 2,34$ МДж/кг

$m_1', m_2', t - ?$

Решение:

$Q_{ост} = c_п m_2 (t_3 - t_2) = 2,09 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 10 =$ $= 8,36 \cdot 10^2$ Дж – количество теплоты, выделяющееся при остывании пара.

$Q_{нагр} = c_в m_1 (t_3 - t_1) = 4,2 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 90 =$ $= 37,8 \cdot 10^3$ Дж – количество теплоты, необходимое для нагрева воды до $t_3 = 100°$ C.

$Q_{конд} = rm_2 = 2,34 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 93,6 \cdot 10^3$ Дж – количество теплоты, которое сможет выделиться при конденсации всего пара.

Так как $Q_{нагр} > Q_{ост}$ и $Q_{конд} > Q_{нагр}$, то температура равновесного состояния вещества в сосуде будет равна $t_3 = 100°$ C.

Пусть Δm – количество сконденсировавшегося пара. Тогда уравнение теплового баланса: $Q'_{конд} + Q_{ост} = Q_{нагр}$, где $Q'_{конд} = \Delta m r$. Отсюда

$$\Delta m = \frac{c_в m_1 (t_3 - t_1) - c_п m_2 (t_3 - t_2)}{r} =$$

$$= \frac{37,8 \cdot 10^3 - 0,836 \cdot 10^3}{2,34 \cdot 10^6} = 15,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 15,8 \text{ г}.$$

Таким образом, в сосуде будет находиться 100 + 15,8 = 115,8 г воды и 40 – 15,8 = 24,2 г пара.

Ответ: 15,8 г воды и 24,2 г пара при 100° C.

§62. Давление насыщенного пара. Влажность воздуха

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. С помощью увеличения давления из ненасыщенного пара можно получить насыщенный пар.
2. Процессы испарения и конденсации при этой температуре выравниваются: сколько молекул испаряется с поверхности жидкости, столько же в нее и возвращается. Поэтому давление насыщенного пара при определенной температуре достигает постоянного максимального значения.
3. Давление насыщенного пара при увеличении температуры растет быстрее, чем давление идеального газа, поскольку молекулы пара взаимодействуют друг с другом, а в модели идеального газа мы пренебрегаем взаимодействием молекул между собой.
4. Относительной влажностью воздуха называется процентное отношение концентрации водяного пара в воздухе к концентрации насыщенного пара при этой же температуре.
5. В сухом воздухе испарение происходит быстро, а при повышенной влажности воздуха испарение влаги с поверхности тела человека уменьшается и оно охлаждается слабо.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$t = 30°$ C
$p_н = 2{,}52$ кПа
$p_{нп} = 4{,}2$ кПа

$\varphi - ?$

Решение:
Относительная влажность воздуха:

$$\varphi = \frac{p_н}{p_{нп}} \cdot 100\% = \frac{2{,}52}{4{,}2} \cdot 100\% = 60\%.$$

Ответ: $\varphi = 60\%$.

2.

Дано:
$t_1 = 30°$ C
$t_2 = 100°$ C
$\varphi_1 = 60\%$
$p_{нп1} = 4{,}2$ кПа
$p_{нп2} = 10^5$ Па

$\varphi_2 - ?$

Решение:

При начальной температуре $\varphi_1 = \frac{p_{н1}}{p_{нп1}} \cdot 100\%$, откуда $p_{н1} = \frac{p_{нп1}}{100\%} \cdot \varphi_1$. По закону Шарля, $\frac{p_{н1}}{T_1} = \frac{p_{н2}}{T_2}$, откуда $p_{н2} = \frac{p_{н1}T_2}{T_1}$. Относительная влажность воздуха при конечной температуре $\varphi_2 = \varphi_1 = \frac{p_{нп1}}{p_{нп2}} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot 100\% =$

$= 0,6 \cdot \frac{4,2 \cdot 10^3}{10^5} \cdot \frac{373}{303} \cdot 100\% = 3,1\%$.

Ответ: $\varphi_2 = 3,1\%$.

3.

Дано:

$t_1 = 20° C$

$t_2 = 0° C$

$\varphi_1 = 30\%$

$p_{нп1} = 2{,}33$ кПа

$P_{нп2} = 0,6$ кПа

$\varphi_2 - ?$

Решение:

При температуре t_1 относительная влажность воздуха $\varphi_1 = \frac{p_{н1}}{p_{нп2}} \cdot 100\%$. Отсюда давление пара

$$p_{н1} = \frac{\varphi_1 p_{нп1}}{100\%} = \frac{30\% \cdot 2,33}{100\%} = 0,7 \text{ кПа}.$$

Давление пара больше, чем давление насыщенного пара при температуре 0° С ($p_{нп2} = 0,6$ кПа). Следовательно, относительная влажность $\varphi_2 = 100\%$ (выпадает роса).

Ответ: $\varphi_2 = 100\%$.

4.

Дано:

$t_1 = 20° C$

$t_2 = 7° C$

$\varphi_1 = 50\%$

$p_{нп1} = 2,33$ кПа

$p_{нп2} = 10^2$ кПа

Выпадает ли роса?

Решение:

Аналогично предыдущей задаче определим давление паров воды при температуре t_1:

$$p_{н1} = \frac{\varphi_1 p_{нп1}}{100\%} = \frac{50\% \cdot 2,33}{100\%} = 1{,}165 \text{ кПа}.$$

Это давление больше, чем давление насыщенного пара при $t_2 = 7° C$. Следовательно, роса выпадает.

Ответ: роса выпадет.

5.

Дано:	Решение:
$p_{нп} = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па	Процесс сжатия производится при постоянном давлении, равном давлению насыщенного пара. Тогда: $A_{вн} = p_{вн}(V_1 - V_2) =$
$t = 100°$ C	$= 1{,}01 \cdot 10^5 (10^{-2} - 5 \cdot 10^{-3}) = 505$ Дж.
$V_1 = 10^{-2}$ м^3	
$V_2 = 5 \cdot 10^{-3}$ м^3	
$A_{вн}$ – ?	Ответ: $A = 505$ Дж.

§63. Кипение жидкости

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Кипением называется процесс парообразования, происходящий во всем объеме жидкости при определенной температуре.
2. Пузырьки в жидкости начнут увеличиваться в объеме при увеличении давления пара внутри пузырька по отношению ко внешнему давлению жидкости. При всплытии объем пузырьков увеличивается, так как внешнее давление на них со стороны жидкости уменьшается из-за уменьшением глубины.
3. Жидкость кипит при определенной температуре, называемой температурой кипения.
4. Температура кипения зависит от внешнего давления. Жидкость закипает, когда давление насыщенного пара жидкости начинает превышать внешнее давление на жидкость. Чем больше теплоты подводится к жидкости, тем больше лопается всплывающих на поверхность пузырьков. Чем выше давление над жидкостью, тем выше температура кипения.
5. Перегретой называется жидкость, нагретая до температуры, превышающей температуру ее кипения в нормальных условиях.

§64. Поверхностное натяжение

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Молекулы приходят из внутренних слоев, поэтому при увеличении площади поверхности жидкости их число на единицу поверхности не меняется.

2. Молекулы поверхностного слоя притягиваются только молекулами внутренних слоев. На поверхности остается такое число молекул, при котором площадь поверхности жидкости будет наименьшей при данном объеме.
3. Давление внутри мыльного пузыря больше атмосферного, потому что давление воздуха в пузыре компенсирует атмосферное давление и давление, создаваемое силой поверхностного натяжения.
4. В среднем, на поверхность поднимается столько молекул, сколько и опускается. Поэтому молекулы жидкости не движутся ускоренно именно в среднем, хотя отдельно взятая молекула может и опуститься вниз, и даже покинуть жидкость.
5. Волоски акварельной кисточки слипаются при вынимании ее из воды благодаря силе поверхностного натяжения, так как жидкость стремится уменьшить площадь своей свободной поверхности.

ЗАДАЧИ

1. Объем крупной капли равен сумме объемов n маленьких капель:

$\frac{4}{3}\pi R^3 = n\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$, следовательно, $R^3 = nr^3$; $R = r\sqrt[3]{n}$.

Энергия поверхностного слоя большой капли $E = \sigma S = \sigma 4\pi R^2$, а суммарная энергия поверхностного слоя маленьких капель $E_n = n\sigma S_1 = n\sigma 4\pi r^2$. Составим соотношение:

$$\frac{E}{E_n} = \frac{R^2}{nr^2} = \frac{r^2 n^{\frac{2}{3}}}{nr^2} = \frac{1}{\sqrt[3]{n}}.$$

Поскольку $n > 1$, то $E < E_n$, значит, при слиянии маленьких капель в одну большую энергия выделяется.

2.

Дано:
$d = 0{,}1$ м
$\sigma = 4\cdot 10^{-2}$ Н/м
$A - ?$

Решение:
Работа, совершаемая при надувании мыльного пузыря, равна $A = E_{пов} = 2\sigma S = \frac{2\sigma 4\pi d^2}{4} =$

$= 2\cdot 4\cdot 10^{-2}\cdot 3{,}14\cdot 10^{-2} = 2{,}5\cdot 10^{-3}$ мДж.

При этом умножение на 2 учитывает также внутреннюю поверхность мыльного пузыря.

Ответ: $A = 2,5 \cdot 10^{-3}$ мДж.

3.

Дано:

$d = 5 \cdot 10^{-5}$ м

$\sigma = 7,28 \cdot 10^{-2}$ Н/м

$m = 0,5$ кг

$\rho = 1000$ кг/м^3

$A - ?$

Решение:

Работа на создание капель $A = E_{пов} = n\sigma S_1$.

Учитывая, что $n = \dfrac{m}{m_0}$, а масса одной капли

$$m_0 = \frac{4d^3}{3 \cdot 8} \cdot \pi\rho$$, вычислим:

$$A = \frac{6m}{\pi d^3 \rho} \cdot \sigma\pi d^2 = \frac{6m\sigma}{d\rho} =$$

$$= \frac{6 \cdot 0,5 \cdot 7,28 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = 4,35 \text{ Дж.}$$

Ответ: $A = 4,35$ Дж.

4.

Дано:

$R = 5 \cdot 10^{-2}$ м

$\sigma = 7,28 \cdot 10^{-2}$ Н/м

$m = 4 \cdot 10^{-3}$ кг

$F - ?$

Решение:

Сила поверхностного натяжения:

$F_{пов} = \sigma l = \sigma 4\pi R$.

Искомая сила: $F = F_{пов} + mg = \sigma 4\pi R + mg =$

$= 4 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 7,28 \cdot 10^{-2} +$

$+ 4 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 = 8,5 \cdot 10^{-2}$ Н.

Ответ: $F = 8,5 \cdot 10^{-2}$ Н.

5.

Дано:

$l = 20 \cdot 10^{-3}$ м

$\sigma = 7,28 \cdot 10^{-2}$ Н/м

$m = 3 \cdot 10^{-3}$ кг

$\rho = 1000$ кг/м^3

$h_1, h_2 - ?$

Решение:

Без учета силы поверхностного натяжения условие плавания кубика: $F_{арх} = \rho g V_1 = mg$.

Отсюда $V_1 = \dfrac{m}{\rho}$. Поскольку $V_1 = l^2 h_1$, то

$$h_1 = \frac{m}{\rho l^2} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{1000 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 7,5 \text{ мм.}$$

С учетом же силы поверхностного натяжения условие плавания имеет вид: $4\sigma l + \rho g V_2 = mg$; $4\sigma l + \rho g l^2 h_2 = mg$, откуда

$$h_2 = \frac{m}{\rho l^2} - \frac{4\sigma}{\rho g l} = \frac{3\cdot 10^{-3}}{10^3\cdot 4\cdot 10^{-4}} - \frac{4\cdot 7{,}28\cdot 10^{-2}}{10^3\cdot 10\cdot 2\cdot 10^{-2}} =$$

$= 6\cdot 10^{-3}\,\text{м} = 6\,\text{мм}.$

Ответ: $h_1 = 7{,}5$ мм; $h_2 = 6$ мм.

§65. Смачивание. Капиллярность

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Смачивание состоит в том, что поверхность жидкости у поверхности твердого тела искривляется из-за взаимодействия молекул жидкости и твердого тела.

   Жидкость смачивает поверхность твердого тела, если сила притяжения между молекулами жидкости и твердого тела больше силы притяжения между молекулами жидкости.

   Жидкость не смачивает поверхность твердого тела, если сила притяжения между молекулами жидкости и твердого тела меньше силы притяжения между молекулами жидкости.

2. Явление капиллярности состоит в поднимании или опускании жидкости в капиллярах.

   Смачивающая жидкость образует в капилляре вогнутый мениск, так как сила притяжения между молекулами жидкости и твердого тела больше силы притяжения между молекулами жидкости. А несмачивающая жидкость образует в капилляре выпуклый мениск, поскольку сила притяжения между молекулами жидкости и твердого тела меньше силы притяжения между молекулами жидкости.

3. Высота подъема жидкости в капилляре обратно пропорциональна диаметру капилляра.

4. Вода не смачивает жировой слой на перьях водоплавающих птиц. Это позволяет им плавать и оставаться сухими.

5. Вспахивание и боронование земли способствует сохранению влаги в ней, потому что разрушает капиллярные трубки, чем уменьшает испарение с поверхности почвы.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$h = 1$ м
$\sigma = 72{,}8\cdot10^{-2}$ мН/м
$\rho = 1000$ кг/м^3

$d - ?$

Решение:
Высота подъема жидкости в капилляре $h = \frac{2\sigma}{\rho g r} = \frac{4\sigma}{\rho g d}$, откуда диаметр капилляров

$$d = \frac{4\sigma}{\rho g h} = \frac{4\cdot7{,}28\cdot10^{-2}}{1\cdot1000\cdot9{,}8} \approx 3\cdot10^{-5}\text{ м} = 0{,}03\text{ мм}.$$

Ответ: $d = 0{,}03$ мм.

2.

Дано:
$d_1 = 0{,}5$ мм
$d_2 = 1$ мм
$\rho = 13{,}6\cdot10^3$ кг/м^3
$\sigma = 465$ мН/м

$\Delta h - ?$

Решение:
$h_1 = \frac{2\sigma}{\rho g r} = \frac{4\sigma}{\rho g d_1}$; $h_2 = \frac{2\sigma}{\rho g r} = \frac{4\sigma}{\rho g d_1}$, тогда разность уровней ртути:

$$\Delta h = h_1 - h_2 = \frac{4\sigma}{\rho g}\cdot\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) =$$

$$= \frac{4\cdot465\cdot10^{-3}}{13{,}6\cdot10^3\cdot9{,}8}\cdot\left(\frac{1}{5\cdot10^{-4}} - \frac{1}{10^{-3}}\right) = 1{,}4\text{ см}.$$

Ответ: $\Delta h = 1{,}4$ см.

3.

Дано:
$d = 2\cdot10^{-4}$ м
$h = 0{,}1$ м
$\sigma = 7{,}28\cdot10^{-2}$ Н/м

$h_1, m - ?$

Решение:
Определим, на какую высоту над уровнем жидкости в сосуде поднимается вода в капилляре: $h_1 = \frac{2\sigma}{\rho g r} = \frac{4\sigma}{\rho g d} = \frac{4\cdot7{,}28\cdot10^{-2}}{1000\cdot9{,}8\cdot2\cdot10^{-4}} =$

$= 0{,}149$ м $= 14{,}9$ см.

Определим массу воды в капилляре:

$$S(h + h_1)\rho = \frac{\pi d^2}{4}(h + h_1)\rho =$$

$$= \frac{3{,}14\cdot(2\cdot10^{-4})^2}{4}\cdot0{,}249\cdot10^8 = 7{,}8\cdot10^{-6}\text{ кг} = 7{,}8\text{мг}.$$

Ответ: $h_1 = 14{,}9$ см; $m = 7{,}8$ мг.

4. Давление, обусловленное действием поверхностных сил,

$$p_{\text{пов}}=\frac{F}{S}=\frac{\sigma l}{S}=\frac{\sigma 2\pi r}{\pi r^2}=\frac{2\sigma}{r}=\frac{4\sigma}{d}.$$

Гидростатическое давление $p_{\text{г}}=\rho gh$. Общее давление

$$p=\rho gh+\frac{4\sigma}{d}=1000\cdot 9{,}8\cdot 0{,}1+\frac{4\cdot 7{,}28\cdot 10^{-2}}{2\cdot 10^{-4}}=2436\ \text{Па}=2{,}44\ \text{кПа}.$$

Ответ: $p=2{,}44$ кПа.

5.

Дано:	Решение:
σ, ρ	Определим, какую работу совершают силы поверхностного натяжения воды:
$A-?$	$$A=Fh=\sigma l\cdot\frac{2\sigma}{\rho g r}=\frac{4\pi\sigma^2}{\rho g}=$$ $$=\frac{4\cdot 3{,}14\cdot(7{,}28\cdot 10^{-3})^2}{1000\cdot 9{,}8}=6{,}79\cdot 10^{-6}\ \text{Дж}$$ $\approx 6{,}8$ мкДж. Ответ: $A\approx 6{,}8$ мкДж.

11 Твердое тело

§66. Кристаллизация и плавление твердых тел

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Кристаллизация происходит, когда при охлаждении жидкости молекулы начинают задерживаться около положения устойчивого равновесия.
2. Молекулы жидкости упорядочены на расстояниях не более двух-трех слоев молекул и совершают перескоки из одного положения устойчивого равновесия в другое. При переходе вещества из жидкого состояния в твердое перескоки прекращаются, а молекулы начинают колебаться около положения устойчивого равновесия. При этом расположение молекул упорядочивается.
3. Кристаллизация происходит при определенной температуре, так как энергия выделяется в этом случае за счет изменения потенциальной энергии взаимодействия молекул.

   Плавление происходит при одной температуре, потому что получаемая телом энергия тратится на разрушение кристаллической решетки, а это происходит практически одновременно.
4. Затвердевший парафин твердым телом не является, так как в нем не образуется кристаллическая решетка. При затвердевании жидкого парафина его объем уменьшается, так как жидкость уменьшается в объеме при уменьшении температуры.
5. Вода имеет наибольшую плотность при температуре $t \approx 4°$ С. Когда водоем начинает замерзать, лед как более легкий, всплывает наверх. Вода, температура которой близка к температуре замерзания, поднимается наверх, а вода с температурой 4° С как наиболее тяжелая опускается вниз. Поэтому вода на поверхности оказывается самой холодной и замерзает прежде всего. Поверхность водоема охлаждается быстрее за счет излучения тепла в атмосферу, а также вследствие циркуляции воздуха.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$m_1 = 1$ кг $t_1 = 500°$ C $t_2 = 0°$ C c=0,39 кДж/(кг · К) $\lambda = 337 \cdot 10^3$ кДж/кг $m_2 - ?$	Количество теплоты, отдаваемое гирей при охлаждении, $Q_1 = cm_1(t_1 - t_2)$, а количество теплоты, необходимое для плавления льда $Q_2 = \lambda m_2$. Уравнение теплового баланса: $Q_2 = Q_1$, т. е. $cm_1(t_1 - t_2) = \lambda m_2$, откуда $m_2 = \frac{cm_1(t_1 - t_2)}{\lambda}$. $m_2 = \frac{0,39 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 500}{337 \cdot 10^3} = 0,579$ кг $= 579$ г. Ответ: $m_2 = 579$ г.

2.

Дано:	Решение:
$S = 2$ м^2 $h = 10^{-2}$ м $E = 350$ Вт/м^2 $\Delta t - ?$	Масса льда $m = Sh\rho$. Из уравнения теплового баланса $m\lambda = ES\Delta t$, откуда $\Delta t = \frac{m\lambda}{ES} = \frac{h\rho\lambda}{E} = \frac{10^{-2} \cdot 9 \cdot 10^2 \cdot 3,37 \cdot 10^5}{3,5 \cdot 10^2} =$ $= 8666$ с $= 2,5$ ч. Ответ: $\Delta t = 2,5$ ч.

3.

Дано:	Решение:
$m = 1$ кг $t_1 = -10°$ C $t_2 = 110°$ C $t_3 = 0°$ C $t_4 = 100°$ C $Q - ?$	Количество теплоты, необходимое для нагревания льда до 0° С, $Q_1 = \lambda_1 m_1(t_3 - t_1)$. Количество теплоты, необходимое для плавления льда, равно $Q_2 = \lambda m$. Количество теплоты, необходимое для нагревания воды от 0° С до 100° С, $Q_3 = c_1 m_1(t_4 - t_3)$. Количество теплоты, необходимое для испарения воды, $Q_4 = rm$.

Количество теплоты, необходимое для нагревания пара, $Q_5 = c_2 m(t_2 - t_4)$.

Тогда количество теплоты, необходимое для превращения льда в пар:

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$;

$Q = 2100 \cdot 1 \cdot 10 + 337 \cdot 10^3 \cdot 1 + 4200 \cdot 1 \cdot 100 +$

$+2260 \cdot 10^3 \cdot 1 + 2{,}1 \cdot 10^3 \cdot 10 = 3{,}1 \cdot 10^6$ Дж $= 3{,}1$ МДж.

Ответ: $Q = 3{,}1$ МДж.

4.

Дано:

$c_1 = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К)

$\lambda = 337 \cdot 10^3$ Дж/кг

$t_1 = -10°$ C

$t_2 = 0°$ C

$t_3 = 100°$ C

$c_2 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К)

$r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг

$v - ?$

Решение:

По закону сохранения полной энергии

$$\frac{mv^2}{2} = c_1 m(t_2 - t_1) + \lambda m + c_2(t_3 - t_2) + rm.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{2(c_1(t_2 - t_1) + \lambda + c_2(t_3 - t_2) + r} = ;$$

$= 2462$ м/с $= 2{,}46$ км/с.

Ответ: $v = 2{,}46$ км/с.

5.

Дано:

$r = 2{,}26$ МДж/кг

$\lambda = 0{,}34$ МДж/кг

$x - ?$

Решение:

Теплота, выделяющаяся при замерзании воды, идет на образование пара. По уравнению теплового баланса $\lambda m_1 = rm_2$, где m_1 – масса замерзшей воды, а m_2 – масса образовавшегося пара.

Масса воды до откачивания $m = m_1 + m_2$.

Тогда часть воды, которая замерзнет:

$$x = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{1}{1 + \frac{m_2}{m_1}} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{r}} = \frac{r}{r + \lambda} =$$

$$= \frac{2,26}{2,26 + 0,34} = 0,87 \text{ , или } 87\%.$$

Ответ: $x = 87\%$.

§67. Структура твердых тел

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Твердые тела делятся на кристаллические тела, аморфные тела и композиты. Принадлежность к каждому из видов определяется химическим составом и степенью упорядоченностью молекул в твердом теле.
2. Расположение частиц в кристаллической решетке периодическое, регулярное.

   Узлами кристаллической решетки называются положения устойчивого равновесия, около которых колеблются частицы.
3. Монокристаллом называется твердое тело, частицы которого образуют единую кристаллическую решетку. А поликристаллы – это твердые тела, состоящие из большого числа беспорядочно располагающихся монокристаллов.
4. К аморфным относятся твердые тела, в которых частицы в пространстве расположены неупорядоченно.
5. К композитам относятся твердые тела, в которых частицы упорядочены в некоторой области пространства, но эта упорядоченность не повторяется периодически.

§68. Кристаллическая решетка

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Основные типы кристаллических решеток: кубическая, тетрагональная, орторомбическая, моноклинная, триклинная, тригональная, гексагональная.
2. В кубической решетке атомы заполняют 52% пространства, в кубической центрированной – 68%, в гранецентрированной и гексагональной – 74%.
3. Примером полиморфизма могут быть три состояния твердого углерода: графит, алмаз и фулерен.

4. Анизотропия – это зависимость физических свойств вещества от направления. Изотропия – это независимость физических свойств вещества от направления.
5. Большинство монокристаллов анизотропны, а все поликристаллы – изотропны.

§69. Механические свойства твердых тел

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Деформацией твердого тела называется изменение размеров и формы под действием внешней силы.
2. Деформация называется упругой, если она исчезает после прекращения действия силы (например, малое растяжение пружины). Деформация называется неупругой, если она остается после прекращения действия силы (например, изменение формы куска пластилина).
3. Закон Гука, гласит, что напряжение σ при упругой деформации пропорционально относительному удлинению ε: $\sigma = E\varepsilon$, где коэффициент пропорциональности E, зависящий от вещества, называется модулем Юнга.

   Напряжением называется отношение силы упругости $F_{упр}$, возникающей в теле при деформации, к площади S сечения тела: $\sigma = \frac{F_{упр}}{S}$.

   Напряжение измеряется в паскалях (1 Па).
4. Пределом упругости называется максимальное напряжение в веществе, при котором деформация еще является упругой.
5. Предел упругости при сжатии больше предела упругости при растяжении, потому что силы молекулярного отталкивания растут быстрее при уменьшении расстояния между молекулами, чем силы молекулярного притяжения при увеличении расстояния между молекулами.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$\rho = 1{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3
$\sigma = 3 \cdot 10^6$ Па

$h - ?$

Решение:
Приравняем силы тяжести и упругости: $F_{\text{упр}} = mg$.

Поскольку $F_{\text{упр}} = \sigma S$, а $mg = \rho Shg$, то

$$h = \frac{\sigma}{g\rho} = \frac{3 \cdot 10^6}{1{,}8 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8} = 170 \text{ м.}$$

Ответ: $h = 170$ м.

2.

Дано:
$m = 5 \cdot 10^3$ кг
$\sigma = 1{,}1 \cdot 10^8$ Па

$d - ?$

Решение:

$$F_{\text{упр}} = \sigma S = \frac{\sigma \pi d^2}{4} = mg \text{, откуда } d = 2\sqrt{\frac{mg}{\sigma\pi}} =$$

$$= 2\sqrt{\frac{5 \cdot 10^3}{1{,}1 \cdot 10^8 \cdot 3{,}14}} = 0{,}02 \text{ м} = 2 \text{ см.}$$

Ответ: $d = 2$ см.

3.

Дано:
$l_0 = 10$ м
$d = 2$ см.
$m = 2 \cdot 10^3$ кг
$E = 2 \cdot 10^{11}$ Па

$\Delta l - ?$

Решение:
Сила упругости троса равна силе тяжести груза: $F_{\text{упр}} = mg$. По закону Гука $\sigma = E\varepsilon$.

Поскольку $\sigma = \dfrac{F_{\text{упр}}}{S} = \dfrac{4F_{\text{упр}}}{\pi d^2}$, а относительное удлинение $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_0}$, то получим: $\dfrac{4mg}{\pi d^2} = E \cdot \dfrac{\Delta l}{l_0}$,

откуда $$\Delta l = \frac{4mgl_0}{\pi d^2 E} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 10}{3{,}14 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 3{,}1 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 3{,}1 \text{ мм.}$$

Ответ: $\Delta l = 3{,}1$ мм.

4.

Дано:
$R_1 = 11$ мм
$R_1 = 5$ мм
$\sigma = 170$ МПа

$m - ?$

Решение:
Приравнивая силы тяжести и упругости, получим $\sigma S = mg$, откуда $m = \frac{\sigma S}{g} =$

$$= \frac{\sigma\pi(R_1^2 - R_2^2)}{9{,}8} = \frac{1{,}7\cdot 10^8 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}011^2 - 0{,}005^2)}{9{,}8} =$$

$= 5{,}2 \cdot 10^3$ кг $= 5{,}2$ т.

Ответ: $m = 5{,}2$ т.

5.

Дано:
$S = 1\ \text{см}^2$
$\varepsilon = 4{,}2\% = 0{,}042$
$F = 100$ Н

$E - ?$

Решение:
Приравнивая силу упругости и растягивающую силу F, получим: $\sigma S = F$. Поскольку по закону Гука $\sigma = E\varepsilon$, то модуль Юнга:

$$E = \frac{F}{\varepsilon S} = \frac{100}{0{,}042 \cdot 10^{-4}} = 24 \cdot 10^6\ \text{Па} = 24\ \text{МПа}.$$

Ответ: $E = 24$ МПа.

12 Механические волны. Акустика

§70. Распространение волн в упругой среде

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Фундаментальными способами передачи энергии и импульса являются перенос частиц и перенос энергии.
2. Волновым называется процесс переноса энергии и импульса, при котором не происходит переноса вещества.
   Механические волны могут распространяться только в упругой среде.
3. Продольной называется волна, в которой направление движения частиц среды совпадает с направлением распространения волны.
   Возьмем сосуд с газом под поршнем. Немного вдвинем поршень в сосуд, давление газа в окрестности поршня станет больше среднего давления газа в сосуде. В результате этого частицы из этой области придут в движение, чтобы уменьшить давление, и передадут свой импульс соседней области. С этими частицами произойдет то же самое, и они передадут свой импульс дальше молекулам газа. Этот процесс продолжается дальше, и так происходит распространение продольной волны в газе.
   В твердом теле происходит все аналогично, но для образования в нем продольной волны нужно сильно ударить по телу.
4. Поперечной называется волна, в которой направление движения частиц среды перпендикулярно направлению распространения волны.
   Возьмем твердое тело, которое несколько деформировано. После прекращения деформации молекулы тела начнут колебаться, а затем передадут свой импульс соседям, те своим соседям и т. д. При этом образуются обычно и продольная, и поперечная волны.
5. Если конец шнура не закреплен, то отраженная от этого конца волна будет в фазе с падающей, если закреплен, то в противофазе.

§71. Периодические волны

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Гармонической называется волна, возникающая под действием гармонических колебаний.
2. Если перемещать поршень в сосуде с газом по гармоническому закону, то давление газа около поршня будет расти, если вдвигать поршень, и уменьшаться, при его выдвижении. Чтобы скомпенсировать давление газа, большее или меньшее среднего, молекулы газа будут перемещаться, изменяя давление в разных точках сосуда. Так образуется продольная гармоническая волна.
3. Длиной волны λ называется расстояние, на которое распространится гармоническая волна за один период: $\lambda = vT$.
4. Суть поляризации в том, что под действием внешних условий распространение волн возможно только в определенных направлениях.

   Плоскость поляризации – это плоскость, в которой частицы среды в волне совершают колебания.
5. Поляризатором называется устройство, предназначенное для выделения волны со строго определенной поляризацией. Примером поляризатора может служить тонкая щель.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$v = 1498$ м/с $\lambda = 3{,}4$ м	$\lambda = vT$, где $T = \frac{1}{\nu}$. Следовательно, частота источника $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{1498}{3{,}4} \approx 440$ Гц.
$\nu - ?$	Ответ: $\nu = 440$ Гц.

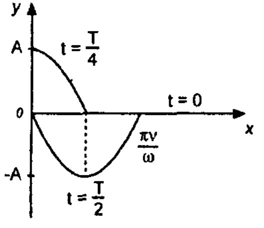
2.

Дано:	Решение:
$T = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ с $\lambda = 3$ м	$\lambda = vT$. Отсюда скорость звука в граните $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{3}{0{,}5 \cdot 10^{-3}} = 6 \cdot 10^3$ м/с $= 6$ км/с.
$v - ?$	Ответ: $v = 6$ км/с.

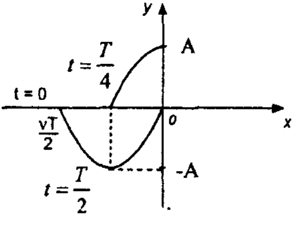
3.

Дано:	Решение:
$\lambda_1 = \lambda$ $\lambda_2 = 2\lambda$ v	$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}$. При условии равенства частот $\nu_1 = \nu_2$ получаем $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda}{2\lambda} = 0,5$.
$\frac{v_1}{v_2}$ – ?	Ответ: $\frac{v_1}{v_2} = 0,5$.

4. Графики $y(x)$ для заданных моментов времени показаны на рисунке:



5. Графики $y(x)$ для заданных моментов времени показаны на рисунке:



§72. Стоячие волны

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Стоячей называется волна, образованная в результате наложения двух гармонических волн с одинаковой поляризацией, частотой и амплитудой, распространяющихся навстречу друг другу.

Сложение двух синусоид (с одинаковой амплитудой) дает синусоиду с увеличенной вдвое амплитудой.

2. Каждая точка стоячей поперечной волны колеблется в перпендикулярном направлении к направлению распространения волн, породивших данную стоячую волну, по гармоническому закону, с определенным периодом внешнего возмущения и некоторой определенной амплитудой.

3. Пучностями стоячей волны называются положения точек, в которых амплитуда колебаний наибольшая.

   Узлами стоячей волны называются положения неподвижных точек стоячей волны, в которых амплитуда колебаний равна нулю.

4. Стоячие волны образуются в струне, если на длине струны укладывается целое число полуволн.

5. Частота ν_n колебаний в стоячей волны длиной l равна: $\nu_n = \frac{v}{2l} \cdot n$, где v – скорость волны. Тогда первой гармоникой называется мода колебаний с частотой ν_1, n-ым обертоном – мода колебаний с частотой ν_n.

ЗАДАЧИ

1. $$y_1 = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = A\cos\left[\omega t - \omega\frac{x}{v}\right];$$

$$y_2 = A\cos\omega\left(t + \frac{x}{v}\right) = A\cos\left[\omega t + \omega\frac{x}{v}\right];$$

$$y_1 + y_2 = y = A\cos\left[\omega t - \omega\frac{x}{v}\right] + A\cos\left[\omega t + \omega\frac{x}{v}\right] =$$

$$= A\cos\omega t\cdot\cos\omega\frac{x}{v} + A\sin\omega t\cdot\sin\omega\frac{x}{v} + A\cos\omega t\cdot\cos\omega\frac{x}{v} - A\sin\omega t\cdot\sin\omega\frac{x}{v} =$$

$= 2A\cos\omega t\cdot\cos\omega\frac{x}{v}$. Таким образом, уравнение стоячей волны имеет вид: $y = 2A\cos\omega t\cdot\cos\omega\frac{x}{v}$.

2. Подставляя в уравнение $y = 2A\cos\frac{\omega x}{v}\cos\omega t$ из предыдущей задачи значения $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $v = \frac{\lambda}{T}$, получим: $y = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\frac{2\pi t}{T}$.

3. В узле амплитуда колебаний равна нулю: $0 = 2A\cos\frac{2\pi x_у}{\lambda}$, следовательно, $\cos\frac{2\pi x_у}{\lambda} = 0$. $\frac{2\pi x_у}{\lambda} - \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$. Отсюда координаты узлов:

$$x_у = \frac{\lambda}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right) = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2}n,\ n \in Z.$$

Амплитуда колебаний для пучностей равна $2A$: $2A = 2A\cos\frac{2\pi x_п}{\lambda}$, следовательно, $\cos\frac{2\pi x_п}{\lambda} = 1$. $\frac{2\pi x_п}{\lambda} = \pi n$, $n \in Z$. Отсюда координаты пучностей $x_п = \frac{\lambda n}{2}$, $n \in Z$.

4.

Дано:	Решение:
$L_{41} = 0,6$ м λ – ?	Из решения задачи 3 следует, что координата узлов находится по формуле $x_у = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2}n$. Подставляя $n = 0$ (первый узел) и $n = 3$ (четвертый узел), получим $x_1 = \frac{\lambda}{4}$ и $x_4 = \frac{3\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$. Тогда $L_{41} = x_4 - x_1 = \frac{3}{2}\lambda$. Отсюда $\lambda = \frac{2}{3}L_{41} = \frac{2}{3}\cdot 0,6 = 0,4$ м. Ответ: $\lambda = 0,4$ м.

5.

Дано:	Решение:
$l = 0{,}5$ м	Для частоты n-й моды колебаний: $\nu_n = \dfrac{vn}{2l}$.
$v = 3500$ м/с	
$n = 1$	Для основной моды $n = 1$, поэтому
$\nu_1 - ?$	$\nu_1 = \dfrac{3500 \cdot 1}{2 \cdot 0{,}5} = 3500 = 3{,}5$ кГц.
	Ответ: $\nu_1 = 3{,}5$ кГц.

§73. Звуковые волны

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Звуком называются упругие волны в среде, которые воспринимаются человеческим ухом.
2. Колеблющееся тело, создающее последовательные области низкого и высокого давлений воздуха (звуковую волну), является источником звука. Звук вызывает колебания с определенной частотой. Доходя до человеческого уха, эти колебания и воспринимаются человеком.
3. К инфразвуковым относятся волны с частотой меньше 16 Гц, к звуковым – с частотой от 16 Гц до 20 кГц, к ультразвуковым – с частотой больше 20 кГц.
4. Примерные размеры источников, генерирующих инфразвуковые волны, равны порядка десятков метров, ультразвуковые волны – порядка нескольких миллиметров, звуковые – от нескольких миллиметров до нескольких метров.
5. Скорость звука в жидкости меньше скорости звука в твердом теле и больше скорости звука в газах.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$v = 343$ м/с	По формуле $\lambda = \dfrac{v}{\nu}$ определим диапазон длин волн:
$\nu_1 = 16$ Гц	
$\nu_2 = 20$ кГц	$\lambda_1 = \dfrac{343}{16} = 21{,}4$ м; $\lambda_2 = \dfrac{343}{20 \cdot 10^3} = 17{,}1 \cdot 10^{-3}$ м $= 17$ мм.
$\lambda_1, \lambda_2 - ?$	Ответ: от 17 мм до 21,4 м.

2.

Дано:	Решение:
$h = 686$ м/с $v = 343$ м/с $v_0 - ?$	Высота подъема пули определяется формулой для равнозамедленного движения: $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$. Учитывая, что $t = \frac{h}{v}$, получим $h = v_0 \cdot \frac{h}{v} - \frac{gh^2}{2v^2}$, откуда $v_0 = v + \frac{gh}{2v} = 343 + \frac{9{,}8 \cdot 686}{2 \cdot 343} = 353$ м/с. Ответ: $v_0 = 353$ м/с.

3.

Дано:	Решение:
$\nu_1 = 100$ кГц $\nu_2 = 1$ МГц $\lambda_1, \lambda_2 - ?$	Для летучих мышей длина волны: $\lambda_1 = \frac{v_1}{\nu_1} = \frac{1531}{10^6} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ м $= 1{,}5$ мм. Для дельфинов длина волны: $\lambda_2 = \frac{v_2}{\nu_2} = \frac{343}{10^5} = 3{,}43 \cdot 10^{-3}$ м $= 3{,}43$ мм. Ответ: $\lambda_1 = 1{,}5$ мм; $\lambda_2 = 3{,}43$ мм.

4.

Дано:	Решение:
$t = 0{,}01$ с $v = 1531$ м/с $h - ?$	Определим, на какой глубине находится предмет: $h = \frac{vt}{2} = \frac{1531 \cdot 0{,}01}{2} = 7{,}6$ м. Ответ: $h = 7{,}6$ м.

5.

Дано:	Решение:
$\tau = 3$ с $v_1 = 343$ м/с $v_2 = 1500$ м/с $l - ?$	При распространении звука в стали $l = v_2 t$, откуда $t = \frac{l}{v_2}$. При распространении звука в воздухе $l = v_1(t + \tau) = v_1\left(\frac{l}{v_2} + \tau\right)$.

Отсюда $l=\dfrac{v_1v_2}{v_2-v_1}\cdot\tau=\dfrac{343\cdot1500}{1500-343}\cdot3=1103$ м.

Ответ: $l=1103$ м.

§74. Высота, тембр и громкость звука

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Высоту звука определяет частота колебаний источника звука.
2. Отличие тембров звука одной частоты зависит от формы звуковых колебаний.
3. Порог слышимости – это минимальное давление воздуха, которое еще может воспринять человеческое ухо. При пороге слышимости интенсивность звука равна $I_0=10^{-12}$ Вт/м^2.
4. Болевой порог – это максимальное давление воздуха, которое еще в состоянии воспринять человеческое ухо. Интенсивность звука при болевом пороге равна $I_{БП}=1$ Вт/м^2.
5. Уровень интенсивности звука I оценивается как отношение падающей на поверхность S звуковой мощности P к площади этой поверхности: $I=\dfrac{P}{S}$. Интенсивность в СИ измеряется в ваттах на квадратный метр (Вт/м^2).

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$l=60$ см $=0{,}6$ м
$\nu_1=1$ кГц $=10^3$ Гц
$v=343$ м/с

$n, \nu_c-?$

Решение:

По формуле (184) учебника $\nu_n=\dfrac{vn}{2l}$. Для основной моды $n=1$, тогда $\nu_1=\dfrac{v}{2l}$, откуда

$v=2\nu l=2\cdot10^3\cdot0{,}6=1200$ м/с.

На длине струны должно укладываться целое число полуволн. Тогда максимальная мода $n_{max}=\left[\dfrac{l}{(\lambda/2)}\right]$. Поскольку $\lambda=\dfrac{v}{\nu_1}$, то

$n_{max} = \left[\frac{2l\nu_1}{v}\right] = \left[\frac{2 \cdot 0,6 \cdot 10^3}{343}\right] = 3$. Следовательно, звук может иметь обертоны, равные $n = 1, 2, 3$.

Ответ: $v_c = 1200$ м/с; $n = 1, 2, 3$.

2.

Дано:
$\beta = 69,9$ дБ

$I - ?$

Решение:

По формуле (185) учебника $\beta = 10\lg\frac{I}{I_0}$;

$$\frac{\beta}{10} = \lg\frac{I}{I_0};\ \frac{I}{I_0} = 10^{\frac{\beta}{10}};$$

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{69,9}{10}} = 10 \text{ мкВт/м}^2.$$

Ответ: $I = 10$ мкВт/м^2.

3.

Дано:
$k = 0$
$I_0 = 10^{-12}$ Вт/м^2

$I - ?$

Решение:

$$k = \lg\frac{I}{I_0};\ 10^k = \frac{I}{I_0};$$

$$I = I_0 \cdot 10^k = 10^{-12} \cdot 10^0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2.$$

Ответ: $I = 10^{-12}$ Вт/м^2.

4.

Дано:
$\beta_1 = 110$ дБ
$I = 2I_1$

$I - ?$

Решение:

$$\beta_2 = 10\lg\frac{I}{I_0} = 10\lg\frac{2I}{I_0};\ \beta_1 = 10\lg\frac{I_1}{I_0};$$

$$I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta_1}{10}};\ \beta_2 = 10\lg\frac{2I_0 10^{\frac{\beta_1}{10}}}{I_0} = 10\lg 2 \cdot 10^{\frac{\beta_1}{10}} =$$

$$= 10(\lg 2 + \lg 10^{\frac{\beta_1}{10}}) = 10\left(\frac{\ln 2}{\ln 10} + \frac{\beta_1}{10}\right) =$$

$$= 10(0,4343 \cdot 2,9957 + 11) = 113 \text{ дБ}.$$

Ответ: $\beta_2 = 113$ дБ.

5.

<u>Дано</u>:
$S = 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2$
$\beta = 80$ дБ

$E - ?$

<u>Решение</u>:

$\beta = 10\lg\frac{I}{I_0}$; $80 = 10\lg\frac{I}{I_0}$; $\lg\frac{I}{I_0} = 8$; $\frac{I}{I_0} = 10^8$;

$I = I_0 \cdot 10^8$; $I = 10^{-12} \cdot 10^8 = 10^{-4}$ Вт/м^2.

Мощность звука $N = IS = 10^{-3} \cdot 10^{-4} = 10^{-7}$ Вт.

Искомая энергия $E = Nt = 10^{-7} \cdot 1 = 10^{-7}$ Дж.

<u>Ответ</u>: $E = 10^{-7}$ Дж.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

13 Силы электромагнитного взаимодействия неподвижных зарядов

§75. Электрический заряд. Квантование заряда

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Наличие лишь сил притяжения привело бы к их неограниченному гравитационному сжатию. Поэтому для существования тел стабильных размеров должны также действовать силы электромагнитного взаимодействия.
2. Электрический заряд характеризует способность тела к электромагнитным взаимодействиям.
3. В настоящее время наименьшим известным зарядом обладает электрон: $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Другие элементарные частицы (кварки) могут обладать еще меньшим зарядом $\frac{2}{3}e$, $\frac{1}{3}e$, но они не наблюдались экспериментально в свободном стабильном состоянии.
4. Любой электрический заряд кратен заряду электрона.
5. Если свободные кварки будут экспериментально обнаружены и их заряд будет меньше заряда электрона, то изменится только величина минимального заряда, а не принцип квантования зарядов, потому что заряд кварка, как и заряд электрона, неделим и неизменен.

§76. Электризация тел. Закон сохранения заряда

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. При трении двух тел друг о друга часть электронов с одного тела переходит на другое тело. На теле с избыточным количеством электронов образуется отрицательный заряд, на отдавшем электроны теле образуется положительный заряд.
2. Поскольку энергия связи электронов с молекулами шерсти меньше, чем с молекулами дерева, то часть электронов с шерсти перейдет на дерево. При этом дерево зарядится отрицательно, а шерсть кошки положительно.

3. При электризации масса тела уменьшается, если тело отдает электроны, и увеличивается, если тело их принимает. Электроны обладают массой, но изменение массы настолько мало, что экспериментально не обнаруживается.
4. Магнитофонная пленка, снятая с кассеты, притягивается к различным предметам, поскольку она была наэлектризована трением.
5. Алгебраическая сумма зарядов в электрически изолированной системе остается постоянной.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$^{235}_{92}U$

$q_+, q_- - ?$

Решение:
В атоме урана содержится 92 электрона и 92 протона, т. е. $q_+ = |q_-| = 92 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,47 \cdot 10^{-17}$ Кл.

Ответ: $q_+ = |q_-| = 1,47 \cdot 10^{-17}$ Кл.

2.

Дано:
$V = 9\text{мм}^3 = 9 \cdot 10^{-9}\ \text{м}^3$
$m_0 = 3 \cdot 10^{-26}$ кг
$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл

$q_+, q_- - ?$

Решение:
Поскольку капля воды электронейтральна, то $q_+ = |q_-|$. В одной молекуле воды H_2O содержится 10 электронов и 10 протонов. Общий заряд протонов $q_+ = 10 \cdot Ne$, где число молекул воды $N = \frac{m}{m_0}$, а масса воды $m = \rho V$. Таким образом,

$$q_+ = 10 \cdot \frac{\rho Ve}{m_0} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 9 \cdot 10^{-9} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^{-26}} = 480\ \text{Кл}.$$

Ответ: $q_+ = |q_-| = 480$ Кл.

3.

Дано:
$q = -4,8 \cdot 10^{-13}$ Кл
$e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл

$N - ?$

Решение:
Число перешедших электронов

$$N = \frac{q}{e} = \frac{-4,8 \cdot 10^{-13}}{-1,6 \cdot 10^{-19}} = 3 \cdot 10^6\ \text{Кл}.$$

Ответ: $N = 3 \cdot 10^6$ Кл.

4. Минимальное различие модулей зарядов равно $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Поскольку $|q| < e$, то такой процесс невозможен.

5.

Дано:	Решение:
$q = 8 \cdot 10^{-12}$ Кл $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл ——— $q_{ш}, N - ?$	Заряд, оставшийся на шерсти: $q_{ш} = -q = -8 \cdot 10^{-12}$ Кл. Поскольку у шерсти отрицательный заряд, то электроны перешли на шерсть. Их число: $N = \frac{q_{ш}}{e} = \frac{-8 \cdot 10^{-12}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^{7}$. Ответ: $q_{ш} = -8 \cdot 10^{-12}$ Кл; $N = 5 \cdot 10^{7}$.

§77. Закон Кулона

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. В своих опытах по измерению силы взаимодействия зарядов Кулон использовал крутильные весы. Сферы, имеющие одноименные заряды, начинали отталкиваться, закручивая нить весов. По величине угла поворота коромысла Кулон определял силу взаимодействия зарядов.

2. Сила взаимодействия $F_{Кл}$ между двумя неподвижными точечными зарядами q_1 и q_2, находящимися в вакууме, прямо пропорциональна произведению модулей этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними: $F_{Кл} = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$, где $k = 9 \cdot 10^9$ Нм^2/Кл^2 – коэффициент пропорциональности в системе СИ. Сила взаимодействия направлена по прямой, соединяющей заряды. В таком виде закон Кулона выполняется для материальных точек.

3. Сила отталкивания двух протонов $F_k = \frac{kl^2}{r^2}$. Сила их гравитационного притяжения $F_g = \frac{Gm_p^2}{r^2}$. Отношение сил $\frac{F_k}{F_g} = \frac{kl^2}{Gm_p^2} = 1{,}24 \cdot 10^{36}$.

4. Эти силы не учитываются, поскольку макроскопические тела обычно электронейтральны.
5. Кулоновская сила взаимодействия учеников, сидящих за одной партой, если бы доля избыточных электронов в их телах была бы 1% от полного количества электронов тела, была бы порядка веса Земли (~ 10^{25} Н).

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$q_1 = 1$ мкКл $= 10^{-6}$ Кл
$q_2 = 1$ мкКл $= 10^{-6}$ Кл
$r = 30$ см $= 0,3$ м

$F - ?$

Решение:
Согласно закону Кулона, сила взаимодействия $F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10^{-6})^2}{0,3^2} = 0,1$ Н.

Ответ: $F = 0,1$ Н.

2.

Дано:
$r = 0,5$ см
$F = 3,6$ Н

$q - ?$

Решение:
$F = k \cdot \frac{q^2}{r^2}$, откуда величина заряда равна

$$q = \sqrt{\frac{Fr^2}{k}} = r\sqrt{\frac{F}{k}} = 0,5\sqrt{\frac{3,6}{9 \cdot 10^9}} = 10^{-5} \text{ Кл}.$$

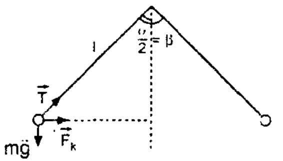
Ответ: $q = 10^{-5}$ Кл.

3.

Дано:
$m = 44,1$ г $= 4,41 \cdot 10^{-2}$ кг
$l = 0,5$ м
$\alpha = 90°$

$q - ?$

Решение:
Так как шарики находятся в равновесии, то $\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_k = 0$.



В проекциях на координатные оси X и Y получим (удобнее использовать угол $\beta = \frac{\alpha}{2} = 45°$):

$$\begin{cases} T\sin\beta = F_k \\ T\cos\beta = mg \end{cases}, \text{ откуда } F_k = mg\,\mathrm{tg}\beta.$$

Сила Кулона $k \cdot \dfrac{q^2}{r^2} = mg\text{tg}\beta$, где $r = 2l\sin\beta$.

Отсюда $q = 2l\sin\beta\sqrt{\dfrac{mg\text{tg}\beta}{k}} =$

$= 2 \cdot 0{,}5 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{\dfrac{4{,}41 \cdot 10^{-2} \cdot 9{,}8}{9 \cdot 10^9}} = 4{,}9 \cdot 10^{-6}$ Кл $= 4{,}9$ мкКл.

Ответ: $q = 4{,}9$ мкКл.

4.

Дано:

$r = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

$T, \omega, v - ?$

Решение:

По второму закону Ньютона $\dfrac{mv^2}{r} = k \cdot \dfrac{e^2}{r^2}$, откуда скорость электрона $v = \sqrt{\dfrac{ke^2}{rm}} = e\sqrt{\dfrac{k}{rm}} =$

$= 1{,}6 \cdot 10^{-19}\sqrt{\dfrac{9 \cdot 10^9}{5{,}3 \cdot 10^{-11} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 2{,}2 \cdot 10^6$ м/с.

Угловая скорость:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2{,}2 \cdot 10^{-6}}{5{,}3 \cdot 10^{-11}} = 4{,}1 \cdot 10^{16} \text{ рад/с.}$$

Период обращения:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{4{,}1 \cdot 10^{16}} = 1{,}52 \cdot 10^{-16} \text{ с.}$$

Ответ: $T = 1{,}52 \cdot 10^{-16}$ с; $\omega = 4{,}1 \cdot 10^{17}$ рад/с; $v = 2{,}2 \cdot 10^{-6}$ м/с.

5.

Дано:

$m = 6$ кг

$\alpha = 1\% = 0{,}01$

$\dfrac{F_k}{F_g} - ?$

Решение:

$F_k = k \cdot \dfrac{q^2}{r^2}$; $F_g = G \cdot \dfrac{m^2}{r^2}$, тогда $\dfrac{F_k}{F_g} = \dfrac{k}{G}\left(\dfrac{q}{m}\right)^2$;

$$\frac{q}{m} = \frac{l}{100m_{H_2O}} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1800 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}} = \frac{1{,}6 \cdot 10^6}{18 \cdot 1{,}67}.$$

Заряд шара $q = \alpha Ne$. Количество молекул

$N = \frac{m}{M} N_A$. Тогда $\frac{q}{m} = \frac{\alpha e N_A}{M}$, а отношение сил $\frac{F_k}{F_g} = \frac{k}{G}\left(\frac{\alpha e N_A}{M}\right)^2 = \frac{9 \cdot 10^9}{6,67 \cdot 10^{-11}} \times$

$\times \left(\frac{0,01 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{18 \cdot 10^{-3}}\right)^2 = 3,9 \cdot 10^{29}$.

Ответ: $\frac{F_k}{F_g} = 3,9 \cdot 10^{29}$.

§78. Равновесие статистических зарядов

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Только в этом случае сумма сил, действующих на этот заряд, равна нулю.
2. Сумма кулоновских сил, действующих на третий заряд, равна нулю и не зависит от его знака.
3. Сумма кулоновских сил, действующих на третий заряд, равна нулю и не зависит от его величины.
4. Равновесие отрицательного заряда q_3 в точке A неустойчиво, поскольку при малейших горизонтальных изменениях положения заряда q_3 равновесие нарушится.
5. Равновесие статических зарядов неустойчиво, поскольку при малейших изменениях положения зарядов равновесие нарушится.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$l = 1$ м
$F = 0,576$ Н
$Q = 10$ мкКл $= 10^{-5}$Кл

$q_1, q_2 - ?$

Решение:

Сила Кулона $F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{l^2}$. По условию $q_1 + q_2 = Q$, откуда $q_1 = Q - q_2$, тогда $F = k\frac{(Q - q_2)q_2}{l^2}$.

Решение квадратного уравнения:

$q_2^2 - q_2 Q + \frac{Fl^2}{k} = 0$ имеет вид $q_2 = \frac{Q \pm \sqrt{Q^2 - \frac{4QFl^2}{k}}}{2}$.

Подстановка числовых данных дает искомые заряды $q_1 = 8$ мкКл и $q_2 = 2$ мкКл.

Ответ: $q_1 = 8$ мкКл; $q_2 = 2$ мкКл.

2.

Дано:
$-q, 2q, l$

$x, Q - ?$

Решение:

По условию равновесия заряда Q модули сил $\vec{F}_{2q}$ и $\vec{F}_{-q}$ равны: $F_{2q} = F_{-q}$, т. е. $\frac{k2qQ}{(l+x)^2} = \frac{kqQ}{x^2}$.

Отсюда $\frac{2}{(l+x)^2} = \frac{1}{x^2}$, $\frac{\sqrt{2}}{l+x} = \frac{1}{x}$ и $x = \frac{l}{\sqrt{2}-1}$.

Условие равновесия заряда $2q$: $F_Q = F_{-q}$, т. е.

$\frac{kQ2q}{(l+x)^2} = \frac{kqQ2q}{l^2}$. Отсюда $Q = q\frac{(l+x)^2}{l^2} = q\left(1+\frac{x}{l}\right)^2 =$

$= q\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)^2 = \frac{2q}{(\sqrt{2}-1)^2} = \frac{2q}{3-2\sqrt{2}}$.

Ответ: $\frac{2q}{3-2\sqrt{2}}$; $\frac{l}{\sqrt{2}-1}$.

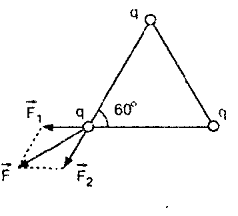
3.

Дано:
$l = 30$ см
$F = 17{,}3$ Н

$q - ?$

Решение:

Результирующая сила $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Модули сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равны: $F_1 = F_2 = \frac{kq^2}{l^2}$.



Тогда $F = 2k \cdot \frac{q^2}{l^2}\cos 30°$,

откуда $q = \frac{\sqrt{Fl^2}}{2k\cos 30°} =$

$$= \frac{\sqrt{17,3 \cdot 0,09}}{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 10^{-5} \text{ Кл} = 10 \text{ мкКл}.$$

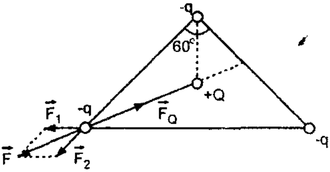
Ответ: $q = 10$ мкКл.

4.

Дано:
$q = -10$ мкКл

$Q - ?$

Решение:



В центре треугольника следует расположить положительный заряд. Из условия равновесия $F_Q = F$.

Тогда $k \cdot \frac{2q^2 \cos 30°}{l^2} = k \cdot \frac{qQ}{\left(\frac{l}{2\cos 30°}\right)^2}$, откуда

$$Q = \frac{2q}{4\cos 30°} = \frac{q}{\sqrt{3}} = 5,77 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 5,77 \text{ мкКл}.$$

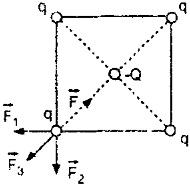
Ответ: $Q = 5,77$ мкКл.

5.

Дано:
q

$Q - ?$

Решение:



В центре квадрата надо расположить отрицательный заряд. Условие равновесия заряда q: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F} = 0$ (см. рисунок).

$$F_1 = F_2 = \frac{kq^2}{l^2}, \quad F_3 = \frac{kq^2}{(l\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2l^2},$$

$$F = \frac{kq|Q|}{\left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{2kq|Q|}{l^2}. \text{ Тогда}$$

$$2\cdot\frac{kq^2}{l^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{kq^2}{2l^2}=\frac{2kq|Q|}{l^2}$$, откуда $|Q|=q\cdot\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$,

а $Q=-q\cdot\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$.

Ответ: $Q=-q\cdot\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$.

§79. Напряженность электростатического поля

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Для того чтобы обнаружить электрическое поле в пространстве, необходимо внести в это поле пробный заряд.
2. Напряженностью электрического поля $\vec{E}$ называется векторная величина, которая равна отношению силы Кулона $\vec{F}_{Кл}$, действующей на пробный положительный заряд q, помещенный в данное поле, к величине самого этого заряда: $\vec{E}=\frac{\vec{F}_{Кл}}{q}$. Единицей напряженности является ньютон на кулон (1 Н/Кл).
3. Напряженность поля точечного заряда обратно пропорциональна квадрату расстояния.
4. Геометрическое место точек с одинаковым модулем напряженности электростатического поля точечного заряда образует сферу.
5. Геометрическое место точек с одинаковым по направлению вектором напряженности электростатического поля точечного заряда представляет собой луч.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:

$q=-3$ мкКл $=-3\cdot10^{-6}$ Кл

$E=2\cdot10^5$ Н/Кл

F – ?

Решение:

По формуле (190) учебника $\vec{F}=q\vec{E}$. Заряд отрицательный, поэтому направление силы противоположно направлению напряженности. Модуль силы

$F=2\cdot10^5\cdot3\cdot10^{-6}=0{,}6$ Н.

Ответ: $F=0{,}6$ Н; на запад.

2.

Дано:	Решение:
$q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $r = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м $E, F - ?$	По формулам (189) и (190) учебника получим: $E = k \cdot \dfrac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{(5{,}3 \cdot 10^{-11})^2} = 5{,}3 \cdot 10^{11}$ Н/Кл; $F = qE = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5{,}3 \cdot 10^{11} = 8{,}2 \cdot 10^{-8}$ Н. Ответ: $E = 5{,}3 \cdot 10^{11}$ Н; $F = 8{,}2 \cdot 10^{-8}$ Н/Кл.

3.

Дано:	Решение:
$E = 1{,}3 \cdot 10^{-11}$ Н/Кл $q = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг $a - ?$	По второму закону Ньютона $ma = \lvert q \rvert E$, откуда $a = \dfrac{\lvert q \rvert E}{m} = \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}3 \cdot 10^{11}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 2{,}28 \cdot 10^{22}$ Н. Ответ: $a = 2{,}28 \cdot 10^{22}$ Н.

4.

Дано:	Решение:
$q = 2$ мкКл $F = 9$ Н $r_1 = \dfrac{r}{2}$ $E_1 - ?$	По закону Кулона $F = k \cdot \dfrac{qQ}{r^2}$, откуда $\dfrac{Q}{r^2} = \dfrac{F}{kq}$. По формуле (189) учебника $E_1 = k \cdot \dfrac{Q}{(r/2)^2} =$ $= 4k \cdot \dfrac{Q}{r^2} = \dfrac{4F}{q} = \dfrac{4 \cdot 9}{2 \cdot 10^{-6}} = 1{,}8 \cdot 10^7$ Н/Кл. Ответ: $E_1 = 1{,}8 \cdot 10^7$ Н/Кл.

5.

Дано:	Решение:
$E_1 = 3{,}6 \cdot 10^{-5}$ Н/Кл $E_2 = 1{,}6 \cdot 10^{-5}$ Н/Кл $r_1 = x$ $r_2 = l_{r_1} = \dfrac{l}{2}$ $E_3 - ?$	По формуле (189) учебника $E_1 = k \cdot \dfrac{Q}{x_1^2}$, откуда $x_1 = \sqrt{\dfrac{kQ}{E_1}}$; $E_2 = k \cdot \dfrac{Q}{x_2^2}$, откуда $x_2 = \sqrt{\dfrac{kQ}{E_2}}$. $E_3 = k \cdot \dfrac{Q}{\left(x_1 + \dfrac{x_2 - x_1}{2}\right)^2} = \dfrac{4kQ}{(x_1 + x_2)^2} = \dfrac{4E_1E_2}{(\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2})^2} =$

$$= \frac{4\cdot 3{,}6\cdot 10^{-5}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-5}}{(\sqrt{3{,}6\cdot 10^{-5}}+\sqrt{1{,}6\cdot 10^{-5}})^2} = 2{,}3\cdot 10^{-5}\text{ Н/Кл.}$$

Ответ: $E_3 = 2{,}3\cdot 10^{-5}$ Н/Кл.

§80. Линии напряженности электростатического поля

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Линии, в каждой точке поля касательные к которым совпадают с направлением вектора электрической напряженности, называются линиями напряженности электрического поля.
2. Потому что, если наш заряд положительный, то пробный заряд в любой точке притягивается к нему, а, если отрицательный, то отталкивается.
3. Линии напряженности электрического поля начинаются на положительных зарядах, а заканчиваются на отрицательных или в бесконечности.

   Линии напряженности не пересекаются, потому что в противном случае направление напряженности поля в точке пересечения двух линий напряженности будет неопределенным.
4. Допустим, N – число линий напряженности поля точечного заряда Q. Пусть также эти линии пронизывают сферу площади S: $S = 4\pi r^2$. Следовательно, число линий напряженности, приходящихся на площадь S, пропорционально $\frac{1}{r^2}$. Поскольку $E \sim \frac{1}{r^2}$, получаем, что $E \sim N$.
5. Электростатическое поле называется однородным, если в любой точке поля напряженность одинакова как по модулю, так и по направлению.

§81. Принцип суперпозиции электростатических полей

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Напряженность поля $\vec{E}$ системы зарядов в некоторой точке рав-

на векторной сумме напряженностей $\vec{E}_1, \vec{E}_2, ..., \vec{E}_N$, созданных каждым зарядом системы: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_N$.

2. Допустим, что l – размер системы зарядов с суммарным зарядом Q. Тогда напряженность электростатического поля E на расстоянии от системы $r \gg l$ определяется формулой: $E \approx k \cdot \dfrac{Q}{r^2}$.

3. Обратно пропорциональна расстоянию в кубе: $E = k \cdot \dfrac{Ql}{\left(r^2 + \left(\frac{l}{r}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$.

4. Напряженность E сферы радиуса R с зарядом Q на расстоянии r от ее центра: $E = \begin{cases} k \cdot \dfrac{Q}{r^2}, \text{ при } r \geq R, \\ 0, \text{ при } r < R. \end{cases}$

Внутри сферы напряженность равна нулю, потому что на поверхности сферы всегда найдутся два таких заряда, что создаваемые ими напряженности в точке внутри сферы будут равны по модулю и противоположны по направлению.

5. Напряженность заряженной плоскости всегда направлена перпендикулярно этой плоскости, потому что на ее поверхности всегда найдутся два таких заряда, что создаваемые ими напряженности будут равны по модулю, а параллельные плоскости компоненты векторов напряженностей направлены противоположно.

Напряженность поля заряженной плоскости $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, где σ – поверхностная плотность заряда, ε_0 – электрическая постоянная.

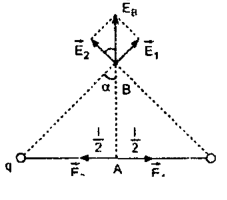
ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$q = 10$ мкКл $= 10^{-5}$ Кл
$l = 12$ см $= 0,12$ м
$AB = x = 8$ см $= 0,08$ м

E_A, E_B – ?

Решение:
В точке A: $E_A = 0$. В точке B: $\vec{E}_B = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Из рисунка видно, что $E_B = 2E_1 \cos\alpha$.



Здесь $E_1 = \dfrac{kq}{x^2 + \frac{l^2}{4}}$, а $\cos\alpha = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{l^2}{4}}}$.

Тогда $F_B = \dfrac{2kqx}{\left(x^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} =$

$$= \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-5} \cdot 0,08}{\left(0,08^2 + \frac{0,12^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} = 1,44 \cdot 10^7 \text{ Н/Кл}.$$

Ответ: $E_A = 0$; $E_B = 1,44 \cdot 10^7$ Н/Кл.

2.

Дано:

$q = 3,2 \cdot 10^{-19}$ Кл

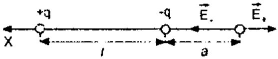
$l = 10^{-9}$ м

$a = 2,5 \cdot 10^{-10}$ м

$E - ?$

Решение:

В силу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$.



В проекциях на ось X:

$$E_x = E_- + E_+ = k \cdot \frac{q}{a^2} - k \cdot \frac{q}{(l+a)^2} =$$

$$= kq\left[\frac{1}{a^2} - \frac{1}{(l+a)^2}\right] = 9 \cdot 10^9 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{(2,5 \cdot 10^{-10})^2} - \frac{1}{(10^{-9} + 2,5 \cdot 10^{-10})^2}\right] = 4,6 \cdot 10^{10} \text{ Н/Кл}.$$

Ответ: $E = 4,6 \cdot 10^{10}$ Н/Кл.

3.

Дано:

$q = \pm 2$ нКл

$l = 10$ см $= 0,1$ м

$l_1 = 6$ см $= 0,06$ м

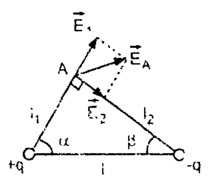
$l_2 = 8$ см $= 0,08$ м

$E_A - ?$

Решение:

По принципу суперпозиции $\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где

$E_1 = k \cdot \dfrac{q}{l_1^2}$, а $E_2 = k \cdot \dfrac{q}{l_2^2}$.



Показанный на рисунке треугольник – прямоугольный: угол при вершине A равен 90°. Поэтому: $E_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\left(\frac{kq}{l_1^2}\right)^2 + \left(\frac{kq}{l_2^2}\right)^2} =$

$$= \frac{kq}{l_1^2 l_2^2}\sqrt{l_1^4 + l_2^4} = \frac{9\cdot 10^9}{(6\cdot 10^{-2}\cdot 8\cdot 10^{-2})^2}\times$$

$$\times\sqrt{(6\cdot 10^{-2})^4 + (8\cdot 10^{-2})^4} = 5,74\cdot 10^3 \text{ Н/Кл}.$$

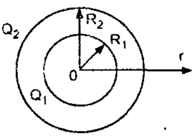
Ответ: $E_A = 5,74\cdot 10^3$ Н/Кл.

4.

Дано:
$R_1 = 2$ см $= 0,02$ м
$R_2 = 4$ см $= 0,04$ м
$Q_1 = 1$ нКл $= 10^{-9}$ Кл
$Q_2 = -3$ нКл $= 3\cdot 10^{-9}$ Кл
$r_1 = 1$ см $= 0,01$ м
$r_2 = 3$ см $= 0,03$ м
$r_3 = 5$ см $= 0,05$ м

E_1, E_2, E_3 – ?

Решение:



$E_1 = 0$, поскольку $r_1 < R_1$.

$$E_{2r} = k\cdot\frac{Q_1}{r_2^2} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{10^{-9}}{9\cdot 10^{-4}} = 10^4 \text{ Н/Кл}.$$

$$E_{3r} = k\cdot\frac{Q_1}{r_3^2} - k\cdot\frac{|Q_2|}{r_3^2} = \frac{k}{r_3^2}(Q_1 - |Q_2|) =$$

$$= \frac{9\cdot 10^9}{25\cdot 10^{-4}}\cdot(-2\cdot 10^{-9}) = -7,2\cdot 10^3 \text{ Н/Кл}.$$

Ответ: $E_1 = 0$; $E_{2r} = 10^4$ Н/Кл;
$E_{3r} = -7,2\cdot 10^3$ Н/Кл.

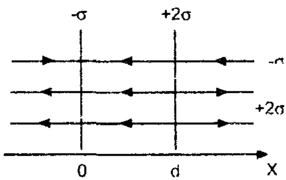
5.

Дано:
$\sigma, 2\sigma, d$

E_1, E_2, E_3 – ?

Решение:

По принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}_{-\sigma} + \vec{E}_{+2\sigma}$ или в проекциях на ось X: $E_x = E_{-\sigma x} + E_{+2\sigma x}$.

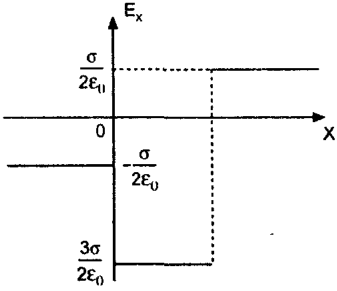


При $-\infty < x < 0$ $E_{1x} = +\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

При $0 \le x < d$ $E_{2x} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = -\frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$.

При $x \ge d$ $E_{3x} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

График $E_x(x)$ показан на рисунке:



<u>Ответ</u>: $E_{1x} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E_{2x} = -\frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E_{3x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

14 Энергия электромагнитного взаимодействия неподвижных зарядов

§82. Работа сил электростатического поля

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Потому что силы гравитационной и электромагнитной природы одинаково зависят от расстояния между телами.
2. Работа электростатического поля зависит только от начального и конечного положений заряда и не зависит от формы ее траектории.
3. Электростатическое поле потенциально, поскольку его работа зависит только от начального и конечного положений.
4. Потому что сила притяжения в обоих случаях обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.
5. Потенциальная энергия W взаимодействия зарядов q_1 и q_2 на расстоянии r равна: $W = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r}$.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$E = 3 \cdot 10^6$ Н/Кл $l = 3 \cdot 10^{-9}$ м $\lvert e\rvert = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл	Работа сил электростатического поля $A = Fl = El\lvert e\rvert = 3 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} =$ $= 1{,}44 \cdot 10^{-21}$ Дж. По теореме о кинетической энергии $\Delta E_k = A = 1{,}44 \cdot 10^{-21}$ Дж.
$\Delta E_k - ?$	Ответ: $\Delta E_k = 1{,}44 \cdot 10^{-21}$ Дж.

2.

Дано:	Решение:
$e, \sigma, d, \varepsilon_0, m_e$	Работа электростатического поля равна $A = eEd$. Учитывая, что $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, работа $A = \frac{e\sigma d}{\varepsilon_0}$.
$A, v - ?$	По теореме о кинетической энергии:

$A = \dfrac{mv^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{\dfrac{2A}{m}} = \sqrt{\dfrac{2e\sigma d}{\varepsilon_0 m_e}}$.

Ответ: $A = \dfrac{e\sigma d}{\varepsilon_0}$; $v = \sqrt{\dfrac{2e\sigma d}{m_e}}$.

3.

Дано:

$r = 5{,}3 \cdot 10^{11}$ м

$A - ?$

Решение:

Потенциальная энергия электрона при движении по окружности вокруг протона $W_e = -\dfrac{ke^2}{r}$ не изменяется (см. формулу (204) учебника). Следовательно, работа электростатического поля $A = W_1 - W_2' = 0$.

Ответ: $A = 0$.

4.

Дано:

$W_1 = 6 \cdot 10^{-4}$ Дж

$r_2 = 3r_1$

$W_2,\ A - ?$

Решение:

Из формулы (204) учебника для потенциальной энергии системы из двух заряженных частиц имеем: $W_1 = \dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$,

$$W_2 = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 3r} = \frac{1}{3}W_1 = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 10^{-14} = 2\cdot 10^{-4}\ \text{Дж}.$$

Работа сил электростатического поля равна:

$$A = W_1 - W_2 = 6\cdot 10^{-4} - 2\cdot 10^{-4} = 4\cdot 10^{-4}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $W_2 = 2\cdot 10^{-4}$ Дж; $A = 4\cdot 10^{-4}$ Дж.

5.

Дано:

$q = 1$ мКл

$r_1 = 5$ см

$r_2 = 9$ см

$A = -0{,}4$ Дж

$Q - ?$

Решение:

Работа сил электростатического поля равна разности потенциальных энергий заряда q:

$$A = W_1 - W_2 = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = \frac{qQ(r_2 - r_1)}{4\pi\varepsilon_0 r_1 r_2},$$

откуда $Q = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 A r_1 r_2}{q(r_2 - r_1)} =$

$$= \frac{4\cdot 3{,}14(-0{,}4)\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 5\cdot 10^{-2}\cdot 9\cdot 10^{-2}}{10^{-6}(9\cdot 10^{-2}-5\cdot 10^{-2})} =$$

$= -5\cdot 10^{-6}$ Кл $= -5$ мкКл.

Ответ: $Q = -5$ мкКл.

§83. Потенциал электростатического поля

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Величина, равная отношению потенциальной энергии взаимодействия W электростатического поля к пробному заряду q, обладающему этой энергией, называется потенциалом электростатического поля: $\varphi = \frac{W}{q}$.

   Потенциал является энергетической характеристикой поля. Потенциал измеряется в вольтах (1 В).
2. Потенциал, который создан точечным зарядом, обратно пропорционален расстоянию до заряда.
3. Поверхность называется эквипотенциальной, если во всех ее точках потенциал одинаков.
4. Линии напряженности направлены от эквипотенциальной поверхности с большим потенциалом к поверхности с меньшим потенциалом, линии перпендикулярны поверхности.
5. Напряжением (разностью потенциалов) между двумя точками называется величина, которая численно равна работе электростатического поля по перемещению положительного единичного заряда из начальной точки в конечную. Разность потенциалов однородного электрического поля равна $U = Ed$, где расстояние d отсчитывается вдоль линии напряженности.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:

$r = 5{,}3\cdot 10^{-11}$ м

$e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Кл^2/Н · м^2

$\varphi_p, E_p - ?$

Решение:

Потенциал точечного заряда протона:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r} =$$

$$= \frac{1{,}6\cdot10^{-19}}{4\cdot3{,}14\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\cdot5{,}3\cdot10^{-11}} = 27{,}2\ \text{В}.$$

Потенциальная энергия электрона

$E_р = -e\varphi = -1{,}6\cdot10^{-19}\cdot27{,}16 = -4{,}35\cdot10^{18}$ Дж.

Ответ: $\varphi_р = 27{,}2$ В; $E_р = -4{,}35\cdot10^{18}$ Дж.

2.

Дано:
d, σ, ε_0

$\Delta\varphi - ?$

Решение:
Разность потенциалов равна: $\Delta\varphi = Ed$, где $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$, откуда $\Delta\varphi = \dfrac{\sigma d}{\varepsilon_0}$.

Ответ: $\Delta\varphi = \dfrac{\sigma d}{\varepsilon_0}$.

3.

Дано:
$\varphi_1 = 125$ В
$\varphi_2 = 75$ В
$A = 1$ мДж

$q - ?$

Решение:
Работа поля при перемещении заряда из точки 1 в точку 2 равна: $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, откуда

$$q = \frac{A}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{10^{-3}}{125 - 75} = 2\cdot10^{-5} = 20\ \text{мкКл}.$$

Ответ: $q = 20$ мкКл.

4.

Дано:
$U = 10$ кВ
$m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг
$|e| = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл

$v - ?$

Решение:
Работа поля при перемещении электрона от катода к аноду идет на сообщение электрону кинетической энергии: $A = U|e| = \dfrac{m_e v^2}{2}$, откуда

$$v = \sqrt{\frac{2U|e|}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\cdot10^4\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{9{,}1\cdot10^{-31}}} = 5{,}9\cdot10^7\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 5{,}9\cdot10^7$ м/с.

5.

Дано:

$V_0 = 6 \cdot 10^7$ м/с

$l = 5$ см

$d = 2$ см

$U = 650$ кВ

$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг

$|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл

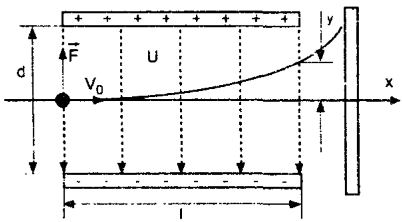
$y - ?$

Решение:

Пролетая между пластинами за время $t = \dfrac{l}{v_0}$, электрон испытывает действие силы $F = |e|E$.

Учитывая, что $U = Ed$, сила равна $F = \dfrac{|e|U}{d}$.

По второму закону Ньютона, эта сила сообщает электрону ускорение, равное $a = \dfrac{|e|U}{dm_e}$.



Определим расстояние, на которое сместится электрон по вертикали: $y = \dfrac{at^2}{2} = \dfrac{|e|Ul^2}{2dm_e v_0^2} =$

$$= \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 650 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} (6 \cdot 10^7)^2} \approx$$

$\approx 0,002$ м $= 2$ мм.

Ответ: $y = 2$ мм.

§84. Электрическое поле в веществе

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Все вещества по степени мобильности электрических зарядов делят на проводники, полупроводники и диэлектрики.

   Подвижность заряженных частиц в веществе определяется строением и расположением атомов вещества.

2. Заряженные частицы называются свободными, они могут перемещаться под действием электрического поля.

   Вещество является проводником, если содержащиеся в нем свободные заряды способны перемещаться по всему объему вещества. Например, металлы, растворы кислот, солей и щелочей и многие другие вещества.

3. Заряды разного знака, которые входят в состав атомов или молекул, называются связанными, если они не могут перемещаться отдельно друг от друга под действием электрического поля.

   Вещество называется диэлектриком, если все заряды, содержащиеся в нем, являются связанными.

   Диэлектрики – очень хорошие изоляторы, потому что они практически не проводят ток (в них нет свободных зарядов). Например, дистиллированная вода, стекла, пластмассы, бензол, масла, слюда, фарфор и многие другие вещества.

4. Вещество называется полупроводником, если содержание в нем свободных зарядов находится в зависимости от внешних условий (температуры, напряженности электрического поля, влияния различных излучений). Например, германий, кремний, многие оксиды, сульфиды, минералы, селен и т. д.

5. Энергия связи электрона с атомом полупроводника меньше, чем с атомом диэлектрика, но больше энергии взаимодействия электрона с атомом проводника.

§85. Диэлектрики в электростатическом поле

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Молекулы вещества делят на полярные (в них центры распределения положительного и отрицательного зарядов находятся на некотором расстоянии) и неполярные (в них центры распределения положительного и отрицательного зарядов совпадают).
2. При действии электрического поля на молекулы полярного диэлектрика, расположенные хаотически, они ориентируются по полю.
3. При действии электрического поля на молекулы неполярного диэлектрика в них происходит разделение центров положительного и отрицательного зарядов, и после этого молекулы поворачиваются по полю.

4. Диэлектрик ослабляет внешнее электрическое поле $E_{вн}$ в ε раз в связи с поляризацией, возникающей при повороте. Электрическое поле E в среде рассчитывается по формуле: $E = \dfrac{E_{вн}}{\varepsilon}$.

Величина ε называется диэлектрической проницаемостью. Она показывает, во сколько раз напряженность поля в веществе меньше, чем поле в вакууме.

5. В электростатическом фильтре поляризованная пыль притягивается к заряженным электродам и по достижении некоторой критической массы пыль осыпается с электродов. При этом на выходе электростатического фильтра получается очищенный газ.

ЗАДАЧИ

1.

Дано:

$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 = 80$

$R = 6400$ км

$Q = -5{,}7 \cdot 10^5$ Кл

$E_1, E_2 - ?$

Решение:

Напряженность электрического поля, создаваемого заряженным шаром (Землей) у поверхности, $E_0 = \dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$.

В диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ε напряженность поля уменьшается в ε раз: $E = \dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}$. Считая для воздуха $\varepsilon_1 \approx 1$, получим $E_1 = \dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 R^2} =$

$$= \frac{5{,}7 \cdot 10^5}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2} = 125 \text{ В/м}.$$

Для воды $E_2 = \dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 R^2} =$

$$= \frac{5{,}7 \cdot 10^5}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 80 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2} = 1{,}6 \text{ В/м}.$$

Ответ: $E_1 = 125$ В/м; $E_2 = 1{,}6$ В/м.

2.

Дано:
$U_1 = 200$ В
$U_2 = 8$ В
$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 - ?$

Решение:

Поскольку $U = Ed$, а $E = \frac{E_{вак}}{\varepsilon}$, то $\frac{U_1}{U_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$.

Отсюда диэлектрическая проницаемость аммиака: $\varepsilon_2 = \frac{U_1\varepsilon_1}{U_2} = \frac{200 \cdot 1}{8} = 25$.

Ответ: $\varepsilon_2 = 25$.

3.

Дано:
$E = 400$ кВ/м
$d = 0,5$ см
$g = 10$ Н/м
$\rho_1 = 11,3 \cdot 10^3$ кг/м^3
$\rho_2 = 1,26 \cdot 10^3$ кг/м^3

$q - ?$

Решение:

На свинцовый шарик действуют сила Архимеда $F_А = Vg\rho_1$, сила тяжести mg и сила со стороны поля $F_{эл} = qE$. Так как шарик находится в равновесии, то $mg = F_А + F_{эл}$, или

$qE = mg - \rho_2 gV$, откуда $q = \frac{g}{E}(m - \rho_2 V)$.

Объем шарика $V = \frac{1}{6}\pi d^3$, а его масса $m = \rho_1 V$.

Тогда заряд шарика $q = \frac{\pi d^3 g}{6E}(\rho_1 - \rho_2) =$

$= \frac{3,14 \cdot 0,5^3 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot 4 \cdot 10^5} \cdot (11,3 \cdot 10^3 - 1,26 \cdot 10^3) \approx$

$\approx 16,4 \cdot 10^{-9}$ Кл $= 16,4$ нКл.

Ответ: $q = 16,4$ нКл.

4.

Дано:
$Q = 1$ мкКл
$\varepsilon = 2$
$S = 25$ см^2

$F - ?$

Решение:

Сила взаимодействия пластин $F = Q \cdot \frac{E}{\varepsilon} = Q \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$. Учитывая, что поверхностная плотность заряда $\sigma = \frac{Q}{S}$, получим:

$$F=\frac{Q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}=\frac{(10^{-12})^2}{2\cdot 2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 2{,}5\cdot 10^{-3}}\approx 11{,}3\ \text{Н}.$$

Ответ: $F\approx 11{,}3$ Н.

5.

Дано:

$\rho=0{,}8$ г/см^3

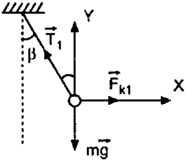
$\varepsilon_1=2$

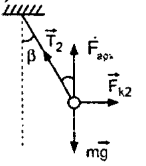
$\varepsilon_2=1$

$\rho_2-?$

Решение:

Силы, действующие на один из шариков, в воздухе и в керосине, показаны на рисунках:

а) 

б) 

Запишем условия равновесия шариков в обоих случаях:

а) $\begin{cases} x: F_{k1}=T_1\sin\beta \\ y: mg=T_1\cos\beta \end{cases}$ б) $\begin{cases} x: F_{k2}=T_2\sin\beta \\ y: mg-F_{арх}=T_2\cos\beta \end{cases}$.

Из первой системы $\operatorname{tg}\beta=\frac{F_{k1}}{mg}$, из второй $\operatorname{tg}\beta=\frac{F_{k2}}{mg-F_{арх}}$. Так как $F_{k2}=\frac{F_{k1}}{\varepsilon}$,

а $F_{арх}=\rho gV=mg\cdot\frac{\rho}{\rho_2}$, то получим:

$\frac{F_{k1}}{mg}=\frac{F_{k1}}{\varepsilon mg\cdot\left(1-\frac{\rho}{\rho_2}\right)}$, откуда $1=\frac{1}{\varepsilon\cdot\left(1-\frac{\rho}{\rho_2}\right)}$ и искомая плотность материала шариков $\rho_2=\frac{\varepsilon\rho}{\varepsilon-1}=\frac{2\cdot 0{,}8}{1}=1{,}6$ г/см^3.

Ответ: $\rho_2=1{,}6$ г/см^3.

§86. Проводники в электростатическом поле

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Суммарный заряд незаряженного проводника равен нулю.
2. Избыточный заряд при отсутствии внешнего поля распределяется по поверхности проводника.
3. Напряженность поля внутри проводника в электростатическом поле равна нулю.
4. Электростатическое поле не проникает внутрь проводника, потому что при внесении проводника в электрическое поле оно будет скомпенсировано полем, которое возникает в связи с перемещением свободных зарядов. Электростатическая защита состоит в том, что измерительные приборы помещают в металлические корпуса, чтобы на них не действовали электростатические поля.
5. На ближней к положительно заряженному телу стороне сферы возникает отрицательный заряд, а на дальней – положительный, поэтому любое положительно заряженное тело будет притягиваться металлической сферой. Аналогичные рассуждения и для отрицательно заряженного тела.

§87. Распределение зарядов по поверхности проводника

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Электронейтральный проводник заряжается при соприкосновении с заряженным, потому что с одного проводника на другой перетекают свободные заряды (обычно электроны).
2. При соединении двух проводящих сфер заряд начнет перераспределяться пропорционально их радиусам. Радиус Земли намного больше размеров практически любого обычного тела, поэтому весь заряд уйдет в Землю.
3. Потенциал проводника неизменен, поэтому поверхность заряженного проводника является эквипотенциальной.
4. Все сферы одинаковы, поэтому на каждой сфере будет заряд $\frac{Q}{3}$.
5. Приведем две незаряженные сферы в контакт и поднесем к ним за-

ряженную. Вследствие явления электростатической индукции на одной из этих сфер возникает положительный заряд, а на другой — отрицательный. Теперь раздвинем сферы. При этом на одной сфере будет положительный, а на другой отрицательный заряд.

§88. Электроемкость уединенного проводника

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Масса жидкости ведет себя как электрический заряд, поскольку, если мы соединим два сосуда с жидкостью, то она перетечет из одного сосуда в другой, но общая масса жидкости при этом остается постоянной.
2. Давление жидкости ведет себя как электрический потенциал, потому что, если мы соединим два сосуда с жидкостью, то она будет перетекать из сосуда с большим давлением в сосуд с меньшим давлением.
3. Отношение заряда уединенного проводника к потенциалу этого проводника называется электрической емкостью C уединенного проводника: $C = \dfrac{Q}{\varphi}$.

   Электроемкость измеряется в фарадах (1 Ф).
4. Потенциал сферы пропорционален ее заряду, следовательно, ее электроемкость не зависит от заряда,
5. Большой заряд не может удерживаться на сфере малого радиуса, потому что в этом случае потенциал сферы станет очень большим, и заряд начнет стекать с нее.

§89. Электроемкость конденсатора

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Система из двух проводников, имеющих противоположные по знаку и равные по модулю заряды, называется конденсатором. Емкостью конденсатора называется отношение заряда (модуля) одного из проводников к напряжению U между проводниками:

$$C = \frac{Q}{U}.$$

2. Емкость плоского конденсатора прямо пропорциональна площади пластин и обратно пропорциональна расстоянию между ними.

3. Введение диэлектрика в конденсатор увеличивает его емкость, поскольку электроемкость конденсатора прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости среды, которая заполняет пространство между пластинами конденсатора.

4. Если ввести в конденсатор диэлектрик с проницаемостью среды ε, то его емкость увеличивается в ε раз.

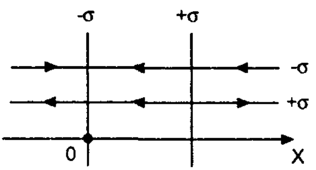
5. Электроемкость конденсатора не зависит от внешних электростатических полей, так как это его внутренняя характеристика, определяемая только параметрами конденсатора.

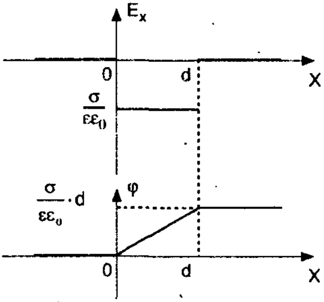
ЗАДАЧИ

1.

Дано:	Решение:
$U = 200$ В	По формуле (217) учебника:
$Q = 6 \cdot 10^{-4}$ Кл	$C = \dfrac{Q}{U} = \dfrac{6 \cdot 10^{-4}}{200} = 3 \cdot 10^{-6}$ Ф $= 3$ мкФ.
$C - ?$	Ответ: $C = 3$ мкФ.

2. На рисунках показаны графики зависимостей проекции напряженности $E_x(x)$ и потенциала $\varphi(x)$:





При построении графика $\varphi(x)$ использовалось соотношение $E_x = -\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta x}$.

3.

Дано:
$C = 1$ пФ
$d = 0,5$ мм
$\varepsilon_1 = 1$
$\varepsilon_2 = 7$

$S_1, S_2 - ?$

Решение:
Согласно определению, емкость плоского конденсатора равна $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, откуда $S = \frac{Cd}{\varepsilon\varepsilon_0}$.

Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S_1 = \frac{Cd}{\varepsilon_1\varepsilon_0} = \frac{10^{-12}\cdot 5\cdot 10^{-4}}{1\cdot 8,85\cdot 10^{-12}} \approx$
$\approx 56,5\cdot 10^{-6}$ м$^2 = 56,5$ мм^2.

Площадь пластин плоского воздушного конденсатора с помещенной в него слюдой равна:

$$S_2 = \frac{Cd}{\varepsilon_2\varepsilon_0} = \frac{10^{-12}\cdot 5\cdot 10^{-4}}{7\cdot 8,85\cdot 10^{-12}} \approx 8,1\cdot 10^{-4} = 8,1\text{ мм}^2.$$

Ответ: $S_1 = 56,5$ мм^2; $S_2 = 8,1$ мм^2.

4.

Дано:
$C = 12$ пФ
$S = 1$ см^2
$E = 3$ МВ/м

$U - ?$

Решение:
Емкость плоского воздушного конденсатора $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$. Поскольку $U = Ed$, то

$$U = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SE}{C} = \frac{1\cdot 8,85\cdot 10^{-12}\cdot 10^{-4}\cdot 3\cdot 10^{6}}{12\cdot 10^{-12}} = 220\text{ В}.$$

Ответ: $U = 220$ В.

5.

Дано:
$d_1 = 0,7$ мм
$d_2 = 0,4$ мм
$\varepsilon_1 = 7$
$\varepsilon_1 = 2$
$S = 1,25$ см^2

$C - ?$

Решение:
Слоистый конденсатор можно представить как систему из последовательно соединенных конденсаторов с емкостью $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$, где

$C_1 = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}{d_1}$ и $C_2 = \frac{\varepsilon_2\varepsilon_0 S}{d_2}$. Тогда $C = \dfrac{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}{d_1}\cdot\frac{\varepsilon_2\varepsilon_0 S}{d_2}}{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}{d_1} + \frac{\varepsilon_2\varepsilon_0 S}{d_2}} =$

$= \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 S}{\varepsilon_1 d_1 + \varepsilon_2 d_2}$. Подставив числовые данные, получим:

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 7 \cdot 2 \cdot 1,25 \cdot 10^{-4}}{7 \cdot 4 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 7 \cdot 10^{-4}} = 3,7 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф} = 3,7\ \text{пФ}.$$

Ответ: $C = 3,7$ пФ.

§90. Энергия электростатического поля

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

1. Если предоставить их самим себе, то пластины плоского конденсатора схлопнутся из-за того, что на них находятся заряды противоположного знака, которые притягиваются под действием кулоновских сил.
2. Энергия электростатического поля, которая запасена конденсатором, зависит от емкости конденсатора, а также от заряда, запасенного на каждой пластине.
3. Отношение энергии поля в объеме к величине этого объема называется объемной плотностью энергии электростатического поля w:

$$w = \frac{W}{V}.$$

4. Объемная плотность энергии электростатического поля прямо пропорциональна квадрату напряженности.
5. Например, принцип действия фотовспышки. (Запасенная в конденсаторе энергия поля превращается в световую энергию вспышки).

ЗАДАЧИ

1.

Дано:
$C = 0.1$ мкФ
$U = 220$ В
W – ?

Решение:
По формуле (224) учебника энергия электростатического поля конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{0,1 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^4}{2} = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж} = 2\ \text{мДж}.$$

Ответ: $W = 2$ мДж.

2.

Дано:	Решение:
$W = 2$ мДж $d = 0,5$ мм $F - ?$	Работа, по определению, равна $A = Fd$. Поскольку $A = W$, то $W = Fd$, откуда сила притяжения пластин друг к другу $F = \dfrac{W}{d} = \dfrac{2\cdot 10^{-3}}{5\cdot 10^{-4}} = 4$ Н. Ответ: $F = 4$ Н.

3.

Дано:	Решение:
$Q = const$ C $d_2 = 3d_1$ $A - ?$	По формуле (224) учебника $W_1 = \dfrac{Q^2}{2C}$, а $W_2 = \dfrac{Q^2}{2C_2}$. Так как $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$, а $d_2 = 3d_1$, то $C_2 = \dfrac{C}{3}$. Тогда $W_2 = \dfrac{3Q^2}{2C}$. Работа внешних сил $A = W_2 - W_1 = \dfrac{3Q^2}{2C} - \dfrac{Q^2}{2C} = \dfrac{Q^2}{C}$. Ответ: $A = \dfrac{Q^2}{C}$.

4.

Дано:	Решение:
Q ε C $\Delta C, \Delta W - ?$	$C_1 = C$ – емкость конденсатора с диэлектриком. Тогда $C_2 = \dfrac{C}{\varepsilon}$ – емкость воздушного конденсатора. Изменение емкости $\Delta C = C_2 - C_1 = \dfrac{C}{\varepsilon} - C = \dfrac{C(1-\varepsilon)}{\varepsilon}$. Начальная энергия $W_1 = \dfrac{Q^2}{2C_1} = \dfrac{Q^2}{2C}$. Конечная энергия $W_2 = \dfrac{Q^2}{2C_2} = \dfrac{Q^2\varepsilon}{2C}$. Изменение энергии

конденсатора $\Delta W = W_2 - W_1 = \dfrac{Q^2}{2C}(\varepsilon - 1)$.

Ответ: $\Delta C = \dfrac{1-\varepsilon}{\varepsilon}C$; $\Delta W = \dfrac{Q^2}{2C}(\varepsilon - 1)$.

5.

Дано:	Решение:
$E = 3 \cdot 10^6$ В/м	Объемная плотность энергии электростатического поля:
$\varepsilon = 1$	$w = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \dfrac{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 9 \cdot 10^{12}}{2} = 40$ Дж/м^3.
$w - ?$	Ответ: $w = 40$ Дж/м^3.